

Aufgabe B0301

Gegeben sei das folgende lineare Mehrziel-Programm.

$$\text{"max"} \begin{pmatrix} z_1(x) = 3x_1 + x_2 \\ z_2(x) = \frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{2}x_2 \\ z_3(x) = 2x_1 - x_2 \end{pmatrix}$$

u.d.N.

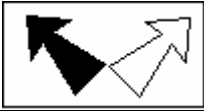
$$2x_1 + x_2 \leq 60$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 75$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

Stellen Sie mit dem Zielgewichtsvektor  $t^* = (2 \ 6 \ 1)^T$  ein entsprechendes Kompromissmodell auf und lösen Sie dieses! Geben Sie bitte auch die resultierenden individuellen Zielwerte an.





Lösungshinweise

Die Kompromisszielfunktion  $\Psi(z(x))$  lautet:

$$\begin{aligned}\Psi(z(x)) &= t^* \cdot z(x) \\ &= 2 \cdot (3x_1 + x_2) + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{2}x_2\right) + 1 \cdot (2x_1 - x_2) \\ &= 11x_1 + 10x_2\end{aligned}$$

Damit ergeben sich das skalare Ersatzmodell bzw. dessen Lösung

$$\max \Psi = 11x_1 + 10x_2$$

u.d.N.

$$2x_1 + x_2 \leq 60$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 75$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

	$x_1$	$x_2$	RHS
$\Delta z_j$	-11	-10	0
$s_1$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span>	1	60
$s_2$	1	3	75

 $\Rightarrow$ 

	$s_1$	$x_2$	RHS
$\Delta z_j$	$\frac{11}{2}$	$-\frac{9}{2}$	330
$x_1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	30
$s_2$	$-\frac{1}{2}$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\frac{5}{2}</math></span>	45

 $\Rightarrow$ 

	$s_1$	$s_2$	RHS
$\Delta z_j$	$\frac{23}{5}$	$\frac{9}{5}$	411
$x_1$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	21
$x_2$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	18

Die optimale Kompromisslösung  $x^* = (21, 18)^T$  liefert den Vektor der individuellen ZF-Werte  $z_\Psi^* = (81, 75/2, 24)^T$ .

