

Aufgabe B0201

Gegeben sei das folgende lineare Zwei-Ziel-Programm.

$$\text{"max"} \begin{pmatrix} z_1(x) = x_1 + 3x_2 \\ z_2(x) = 2x_1 + x_2 \end{pmatrix}$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

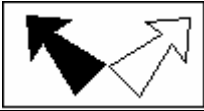
$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

Stellen Sie hierzu das skalarparametrische Programm (POP λ) mit z_1 in der Zielfunktion auf.

Hinweis: Da nur zwei Modellvariable vorhanden sind, gestaltet sich die Bestimmung der Untergrenze für λ recht einfach.





Lösungshinweise

Bestimmung des individuellen Maximums von z_1 :

$$\max z_1(x) = x_1 + 3x_2$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

	x_1	x_2	RHS
Δz_j	-1	-3	0
s_1	1	1	30
s_2	1	4	40

	x_1	s_2	RHS
Δz_j	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	30
s_1	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	20
x_2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	10

	s_1	s_2	RHS
Δz_j	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{110}{3}$
x_1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{80}{3}$
x_2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{3}$

$z_1^{\text{opt}} = \frac{110}{3}$ in $x^{1*} = (\frac{80}{3}, \frac{10}{3})$. Gemäß (2.1) des Kurses gilt für die Untergrenze λ^0 von λ :

$$\lambda^0 = \max \{z_2(x) \mid x \in X, z_1(x) = \frac{110}{3}\}, \text{ also explizit}$$

$$\max z_2(x) = 2x_1 + x_2$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$x_1 + 3x_2 = \frac{110}{3} \Leftrightarrow x_1 = \frac{110}{3} - 3x_2$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

$$\max \frac{220}{3} - 5x_2$$

u.d.N.

$$x_2 = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow x_2 \geq \frac{10}{3} \quad \Rightarrow$$

$$x_2 \leq \frac{10}{3}$$

$$x_2 \geq 0$$

$$\lambda^0 = \frac{220 - 50}{3} = \frac{170}{3}$$

Damit lautet das skalarparametrische Programm (POP λ) mit z_1 in der Zielfunktion:

$$\max z_1(x) = x_1 + 3x_2$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$2x_1 + x_2 - \lambda \geq 0$$

$$\lambda \geq \frac{170}{3}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2$$

