Aufgabe B0201

Gegeben sei das folgende lineare Zwei-Ziel-Programm.

$$"\max" \begin{pmatrix} z_1(x) = x_1 + 3x_2 \\ z_2(x) = 2x_1 + x_2 \end{pmatrix}$$

u.d.N.

$$x_1 + x_2 \leq 30$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$
$$x_j \geq 0, \quad j = 1,2$$

Stellen Sie hierzu das skalarparametrische Programm (POP λ) mit z_1 in der Zielfunktion auf.

<u>Hinweis:</u> Da nur zwei Modellvariable vorhanden sind, gestaltet sich die Bestimmung der Untergrenze für λ recht einfach.

⌛

Lösungshinweise

Bestimmung des individuellen Maximums von z_1:

$$\max\ z_1(x) = x_1 + 3x_2$$
u.d.N.
$$x_1 + x_2 \leq 30$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$
$$x_j \geq 0,\ \ j = 1,2$$

	x_1	x_2	RHS
Δz_j	-1	-3	0
s_1	1	1	30
s_2	1	4	40

	x_1	s_2	RHS
Δz_j	$-1/4$	$3/4$	30
s_1	$3/4$	$-1/4$	20
x_2	$1/4$	$1/4$	10

	s_1	s_2	RHS
Δz_j	$1/3$	$1/6$	$110/3$
x_1	$4/3$	$-1/3$	$80/3$
x_2	$-1/3$	$1/3$	$10/3$

$z_1^{\text{opt}} = {}^{110}/_3$ in $x^{1*} = ({}^{80}/_3, {}^{10}/_3)$. Gemäß (2.1) des Kurses gilt für die Untergrenze λ^0 von λ:

$\lambda^0 = \max\ \{z_2(x) \mid x \in X, z_1(x) = {}^{110}/_3\}$, also explizit

$$\max\ z_2(x) = 2x_1 + x_2$$
u.d.N.
$$x_1 + x_2 \leq 30$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$
$$x_1 + 3x_2 = 110/3 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = 110/3 - 3x_2$$
$$x_j \geq 0,\ \ j = 1,2$$

$$\Rightarrow$$

$$\max\ 220/3 - 5x_2$$
u.d.N.
$$x_2 \geq 10/3$$
$$x_2 \leq 10/3$$
$$x_2 \geq 0$$

$$\Rightarrow$$

$$x_2 = 10/3$$
$$\lambda^0 = \frac{220-50}{3} = \frac{170}{3}$$

Damit lautet das skalarparametrische Programm (POP λ) mit z_1 in der Zielfunktion:

$$\max\ z_1(x) = x_1 + 3x_2$$
u.d.N.
$$x_1 + x_2 \leq 30$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 40$$
$$2x_1 + x_2 - \lambda \geq 0$$
$$\lambda \geq \frac{170}{3}$$
$$x_j \geq 0,\ \ j = 1,2$$

✓