

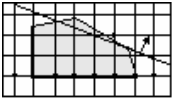
Aufgabe B0501

Zu einem Überdeckungsproblem in 9 Variablen sind die folgende Überdeckungsmatrix A sowie der Kostenvektor c^T gegeben.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c^T = (75 \quad 140 \quad 38 \quad 90 \quad 44 \quad 72 \quad 100 \quad 65 \quad 80).$$

Reduzieren Sie das Problem soweit wie möglich und geben Sie, gegebenenfalls mittels weiterer Betrachtungen, die optimale Lösung an!



Lösungshinweise

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9 Spalte	
c_j	75	140	38	90	44	72	100	65	80	Zeile
	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
	0	1	0	1	1	1	0	0	0	2
	0	0	0	1	1	1	1	1	1	3
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	4
	1	0	1	0	0	1	0	0	1	5
	0	1	0	1	0	0	1	1	1	6
	0	1	1	0	0	1	1	1	0	7

Spalte 1 wird dominiert durch Spalte 3, Spalte 2 durch Spalten 3 und 4 (R4Ü).

3	4	5	6	7	8	9 Spalte	
38	90	44	72	100	65	80	Zeile
	1	0	0	1	1	0	1
	0	1	1	1	0	0	0
	0	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1
	0	1	0	0	1	1	1
	1	0	0	1	1	1	0

Zeile 1 wird dominiert durch Zeile 5, Zeile 3 durch Zeile 2 und weiter Zeilen 6 und 7 jeweils durch Zeile 4 (R3).

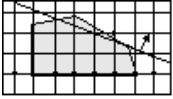
3	4	5	6	7	8	9 Spalte	
38	90	44	72	100	65	80	Zeile
	0	1	1	1	0	0	0
	0	0	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1

Spalte 4 wird dominiert durch Spalte 5, Spalte 7 durch Spalte 8 und schließlich Spalte 9 durch Spalte 3 (R4Ü).

3	5	6	8	Spalte
38	44	72	65	Zeile
	0	1	1	2
	0	0	0	4
	1	0	1	5

Wegen der einzigen 1 in Zeile 4 (Spalte 8) ist Spalte 8 in der Lösung: $x_8 = 1$ (R2).

3	5	6	Spalte
38	44	72	Zeile
	0	1	2
	1	0	5



Weiter kann nicht reduziert werden, man muß ab hier also vollständig enumerieren.

Effiziente Überdeckungen für das Restproblem sind $x_3=x_5=1$ mit Kosten von 82 sowie $x_6=1$ mit Kosten von 72. Also ist $x_6=1$.

Die optimale Lösung insgesamt ist $x_6=x_8=1$ mit Gesamtkosten von $72+65=137$.