Aufgabe B0403

Ein Wanderer möchte die Kapazität seines Rucksacks von 13 kg möglichst gut ausnutzen, indem er den Gesamtnutzen der eingepackten Gegenstände maximiert. Er hat gemäß folgender Tabelle sieben Arten von Gegenständen, jeweils in einer beliebig großen und ganzen Anzahl, zur Auswahl.

Gegenstand Nr. i	Gewicht g_i in kg	Nutzenwert u_i
1	7	20
2	4	11
3	3	8
4	5	13
5	2	5
6	6	13
7	8	21

Lösen Sie dieses Rucksackproblem mit dem rekursiven Verfahren aus dem Kurs 00853 „Ganzzahlige Optimierung“!

Hinweis: Der Lösungsaufwand lässt sich durch (plausible) Einschränkungen des Lösungsraums verringern!

Lösungshinweise

Gegenstand Nr. 4 dominiert Nr. 6: Bei gleichem Nutzen wiegt er 1 kg weniger. In jeder Lösung kann also 6 durch 4 ersetzt werden, so dass Nr. 6 nicht betrachtet zu werden braucht.

Eine Kombination von Nr.3 und Nr. 5 dominiert (schwach) Gegenstand Nr. 4, der ebnfalls aus der Betrachtung fällt.

Schließlich dominiert ein Paar von Gegenständen Nr. 2 die Nr. 7.

Der maximale Gesamtnutzen lässt sich also in einer ganzzahligen Lösung in Nr. 1, 2, 3 und 5 darstellen.

F(k,y)	k 1	2	3	5
y 1				
2				5
3			8	8
4		11	11	11
5		11	11	14
6		11	16	16
7	20	20	20	20
8	20	22	22	22
9	20	22	24	25
10	20	22	28	28
11	20	31	31	31
12	20	33	33	33
13	20	33	36	36

f(k,y)	k	1	2	3	5
y	1				
	2				5
	3			3	3
	4		2	2	2
	5		2	2	5
	6		2	3	3
	7	1	1	1	1
	8	1	2	2	2
	9	1	2	3	5
	10	1	2	3	3
	11	1	2	2	2
	12	1	2	2	2
	13	1	2	3	3 oder 5 (!)

Das Restproblem hat (mindestens) zwei optimale Lösungen. In der Notation $x = (x_1, x_2, x_3, x_5)$ ist $x_{(1)}^{opt} = (1, 1, 0, 1)$, $x_{(2)}^{opt} = (1, 0, 2, 0)$ und $z^{opt} = 36$.