

Aufgabe B0801

Gegeben sind das folgende LP und dessen optimales Endtableau.

$$\max 4x_1 + 7x_2$$

u.d.N.

$$-\frac{3}{2}x_1 + 3x_2 \leq 4$$

$$\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

x_0	x_1	x_2	s_1	s_2	<i>RHS</i>
1	0	1	0	8	32
0	0	6	1	3	16
0	1	2	0	2	8

- a) Fügen Sie dem LP die Restriktion $2x_1 + x_2 \leq 12$ hinzu und bestimmen Sie die optimale Lösung. Welche Restriktionen sind hier bindend?

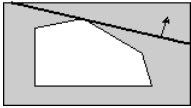
Geben Sie am Ende auch die optimale Lösung mit Zielfunktionswert an!

- b) Nehmen Sie anschließend die Elimination der zweiten Restriktion $\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 4$ vor und bestimmen Sie die optimale Lösung.

Geben Sie wiederum die optimale Lösung mit Zielfunktionswert an!

Hinweis: In der optimalen Basis sind die Variablen x_1 und x_2 enthalten.





Lösungshinweise

a)

$$\text{Es ist } x_B = \{x_1, s_1\}, B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, r_B^T = (2 \quad 0) \Rightarrow r_B^T \cdot B^{-1} = (0 \quad 4).$$

Damit wird die einzufügende Zeile

$$2x_1 + x_2 + s_3 = 12, \text{ also } (2 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \mid 12) \cdot (x, s, b)^T \text{ zu}$$

$$\left((2 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \mid 12) - (0 \quad 4) \cdot \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 3 & 1 & 0 & 0 & \mid & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & \mid & 4 \end{pmatrix} \right) \cdot (x, s, b)^T$$

$$= (0 \quad -3 \quad 0 \quad -4 \quad 1 \mid -4) \cdot (x, s, b)^T$$

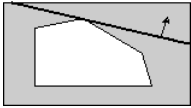
Im Tableau:

x_0	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RHS
1	0	1	0	8	0	32
0	0	6	1	3	0	16
0	1	2	0	2	0	8
0	0	-3	0	-4	1	-4

Ein dualer Simplexschritt liefert:

x_0	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RHS
1	0	0	0	$\frac{20}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{92}{3} = 30\frac{2}{3}$
0	0	0	1	-5	2	8
0	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{3}$
0	0	1	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$

Die optimale Lösung lautet $(x_1, x_2)^T = \left(\frac{16}{3}, \frac{4}{3}\right)^T$ mit einem Zielfunktionswert $z = \frac{92}{3}$.



b)

Setze im letzten Tableau s_2 frei und pivotisiere hier in der ersten Restriktionszeile:

x_0	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	<i>RHS</i>
1	0	0	$\frac{4}{3}$	0	3	$\frac{124}{3}$
0	0	0	$-\frac{1}{5}$	1	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{8}{5}$
0	1	0	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{64}{15}$
0	0	1	$\frac{4}{15}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{52}{15}$

