

Aufgabe B0601

Lösen Sie das folgende LOP mit Hilfe der revidierten Simplexmethode:

$$\text{Max } x_0$$

u.d.N.

$$x_0 - 2x_1 - 3x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

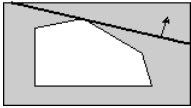
$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 8$$

$$x_1 + x_5 = 4$$

$$x_2 + x_6 = 3$$

$$x_1, \dots, x_6 \geq 0.$$





Lösungshinweise

Das vollständige Ausgangstableau lautet:

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_0	1	-2	-3	0	0	0	0	0
x_3	0	1	1	1	0	0	0	6
x_4	0	1	2	0	1	0	0	8
x_5	0	1	0	0	0	1	0	4
x_6	0	0	1	0	0	0	1	3

Das Ausgangstableau für das revidierte Verfahren ist

T.1	x_0	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B	x_2
x_0	1	0	0	0	0	0	-3
x_3	0	1	0	0	0	6	1
x_4	0	0	1	0	0	8	2
x_5	0	0	0	1	0	4	0
x_6	0	0	0	0	1	3	1*

Als Index der aufzunehmenden Variablen erhält man $j_0 = 2$. Diese Spalte kann unmittelbar aus **T.1** abgelesen werden. Das Element 1 ist das Pivotelement, da

$$\frac{3}{1} = \text{Min} \left\{ \frac{6}{1}, \frac{8}{2}, \frac{3}{1} \right\}.$$

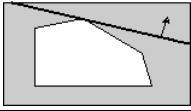
Der Pivotschritt führt zum Folgetableau

T.2	x_0	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B
x_0	1	0	0	0	3	9
x_3	0	1	0	0	-1	3
x_4	0	0	1	0	-2	2
x_5	0	0	0	1	0	4
x_2	0	0	0	0	1	3

in dem die Basisvariable x_6 des Tableaus **T.2** durch x_2 ersetzt worden ist. Die Kriteriumselemente der „fehlenden“ x_1 -Spalte bzw. der x_2 -Spalte sind

$$(1, 0, 0, 0, 3)(-2, 1, 1, 1, 0)^T = -2 \quad \text{und} \quad (1, 0, 0, 0, 3)(-3, 1, 2, 0, 1)^T = 0,$$

wobei die Spaltenvektoren dem Tableau **T.1** entnommen sind. Somit ist x_1 die aufzunehmende Variable. Die aufzunehmende Spalte lautet also:



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sie wird dem Tableau **T.3** hinzugefügt:

T.3	x_0	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B	x_1
x_0	1	0	0	0	3	9	-2
x_3	0	1	0	0	-1	3	1
x_4	0	0	1	0	-2	2	1*
x_5	0	0	0	1	0	4	1
x_2	0	0	0	0	1	3	0

Das Pivotelement ist 1, ein Pivotschritt liefert

T.4	x_0	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B
x_0	1	0	2	0	-1	13
x_3	0	1	-1	0	1*	1
x_1	0	0	1	0	-2	2
x_5	0	0	-1	1	2	2
x_2	0	0	0	0	1	3

T.5	x_0	x_3	x_4	x_5	x_6	x_B
x_0	1	1	1	0	0	14
x_6	0	1	-1	0	1	1
x_1	0	2	-1	0	0	4
x_5	0	-2	1	1	0	0
x_2	0	-1	1	0	0	2

Die Kriteriumselemente der x_1 -Spalte bzw. der x_2 -Spalte sind

$$(1, 1, 1, 0, 0)(-2, 1, 1, 0, 0)^T = 0 \quad \text{und} \quad (1, 1, 1, 0, 0)(-3, 1, 2, 0, 1)^T = 0.$$

Somit sind alle Kriteriumselemente nichtnegativ. Das Tableau **T.5** ist also optimal. Die optimale Basislösung ist $(x_1, \dots, x_6)^T = (4, 2, 0, 0, 0, 1)^T$ mit Zielfunktionswert 14.

