

Aufgabe B0501

Gegeben sei das folgende Lineare Programm.

$$\min 6x_1 + 2x_2 - x_3$$

u.d.N.

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$$

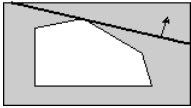
$$2x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 40$$

$$2x_2 + x_3 \leq 25$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 3$$

- a) Lösen Sie das LP mit Hilfe des Simplex-Algorithmus. Notieren Sie im verkürzten Tableau, und geben Sie am Ende auch die optimale Lösung mit Zielfunktionswert an!
- b) Stellen Sie zu dem LP das duale Programm auf. Geben Sie (ohne zu rechnen) dessen optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert an!





Lösungshinweise

a)

	x_1	x_2	x_3	s_2	RHS
$\Delta z_{-1,j}$	-2	-1	2	1	-40
Δz_j	6	2	-1	0	0
s_1	2	1	1	0	60
h_2	<u>2</u>	1	-2	-1	40
s_3	0	2	1	0	25

\Rightarrow

	h_2	x_2	x_3	s_2	RHS
$\Delta z_{-1,j}$					
Δz_j	-3	-1	5	3	-120
s_1	-1	0	3	1	20
x_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	20
s_3	0	<u>2</u>	1	0	25

	s_3	x_3	s_2	RHS
Δz_j	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	$-\frac{215}{2}$
s_1	0	3	1	20
x_1	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{55}{4}$
x_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{25}{2}$

$$\Rightarrow x^{opt} = \left(\frac{55}{4}, \frac{25}{2}, 0 \right)^T = (13.75, 12.5, 0)^T$$

$$\tilde{z}^{opt} = -\frac{215}{2} \Rightarrow z^{opt} = \frac{215}{2} = 107.5$$

b)

$$\max y = -60w_1 + 40w_2 - 25w_3$$

u.d.N.

$$-2w_1 + 2w_2 \leq 6$$

$$-w_1 + w_2 - 2w_3 \leq 2$$

$$-w_1 - 2w_2 - w_3 \leq -1$$

$$(\Leftrightarrow w_1 + 2w_2 + w_3 \geq 1)$$

$$w_i \geq 0, i = 1, \dots, 3$$

$$w^{opt} = (w_1^{opt}, w_2^{opt}, w_3^{opt})^T$$

$$= \left(\Delta z_{s_1^{opt}}, \Delta z_{s_2^{opt}}, \Delta z_{s_3^{opt}} \right)^T = \left(0, 3, \frac{1}{2} \right)^T$$

$$y^{opt} = z^{opt} = \frac{215}{2} = 107.5$$

