Aufgabe B0301

Ein Porzellanbetrieb stellt Vasen, Figuren und Tassen her. Jede Vase erfordert 1 kg Porzellanmasse und bringt einen Deckungsbeitrag von 4 €. Für jede Figur und jede Tasse werden 0,2 bzw. 0,1 kg Porzellanmasse benötigt. Die Deckungsbeiträge betragen 3 € für jede Figur und 2 € für jede Tasse. In der kommenden Planungsperiode können maximal 100 Vasen, 250 Figuren und 100 Tassen hergestellt werden. Insgesamt stehen 80 kg Porzellanmasse zur Verfügung.

Gefragt ist nach dem Produktionsprogramm, durch das der maximale Deckungsbeitrag für die kommende Planungsperiode erzielt wird.

a) Stellen Sie ein entsprechendes LP auf.

b) Wie ändert sich das Optimierungsmodell aus a), wenn zusätzlich zu den obigen Voraussetzungen noch verlangt wird, dass genau 50 Vasen produziert werden müssen?

c) Lösen Sie das lineare Optimierungsmodell aus b) grafisch!

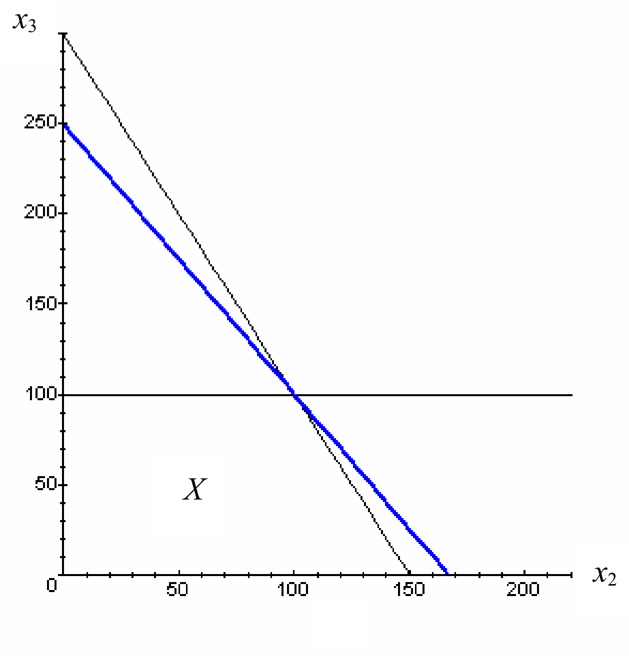
Lösungshinweise

a) $$\max 4x_1 + 3x_2 + 2x_3$$
$$u.d.N.$$
$$x_1 + \tfrac{1}{5}x_2 + \tfrac{1}{10}x_3 \le 80$$
$$x_1 \le 100$$
$$x_2 \le 250$$
$$x_3 \le 100$$
$$x_j \ge 0 \text{ und ganzzahlig}, j = 1,...,3$$

b) Die zusätzliche Restriktion $x_1 = 50$ vereinfacht zum folgende Programm (insbesondere wird die nunmehr redundante Restriktion $x_2 \le 250$ gestrichen):

$$\max 200 + 3x_2 + 2x_3$$
$$u.d.N.$$
$$\tfrac{1}{5}x_2 + \tfrac{1}{10}x_3 \le 30$$
$$x_3 \le 100$$
$$x_2, x_3 \ge 0 \text{ und ganzzahlig.}$$

c)



Die Zielfunktion zum optimalen Niveau $z = 700$ ist dick gezeichnet, und die optimale Lösung ist $(x_2, x_3)^T = (100, 100)^T$.

✓