

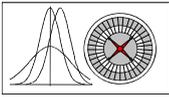
Aufgabe B0404

In einem Friseursalon sind 1 Herrenfriseur, 1 Damenfriseur und 1 Meister, der sowohl Herren als auch Damen bedient, beschäftigt. Die Kunden bevorzugen eine Bedienung durch den Meister. Der Bedienprozess für eine Herrenfrisur sei gleichverteilt im Intervall $[10;20]$ Minuten, der Bedienprozess für eine Damenfrisur sei poissonverteilt mit einer mittleren Bedienrate von 30 Minuten. Der Ankunftsprozess der Kunden unterliege einer Poissonverteilung, die mittlere Ankunftsrate pro Minute betrage $\alpha=0,05$. Der Frauenanteil unter den Kunden betrage 70%. Der Inhaber überlegt, ob er eine weitere Fachkraft anstellen soll. Als Grundlage seiner Entscheidung dienen die Wartezeiten seiner Kunden. Warten Kunden im Mittel länger als 5 Minuten, stellt er eine weitere Fachkraft an. Er bittet Sie als OR-Fachkraft daher, die mittleren Wartezeiten mittels einer Simulation zu ermitteln. Dazu sollen die Aktivitäten des Friseursalons einmal für 30 Kunden simuliert werden.

<i>KD</i>	x_i	M/F
1	0.88	F
2	0.84	M
3	0.56	M
4	0.86	F
5	0.81	M
6	0.7	F
7	0.11	F
8	0.85	F
9	0.98	F
10	0.81	M
11	0.91	M
12	0.08	F
13	0.4	F
14	0.17	F
15	0.95	F
16	0.57	M
17	0.07	F
18	0.78	F
19	0.25	F
20	0.3	F
21	0.99	M
22	0.64	F
23	0.8	M
24	0.29	F
25	0.17	M
26	0.75	F
27	0.59	F
28	0.52	M
29	0.59	F
30	0.11	F

Tabelle 1: Kundenliste

- Stellen Sie den Simulationsablauf in einem Flussdiagramm dar.
- Wie unterscheidet sich das betrachtete Modell von den Warteschlangenmodellen im Skript?
- Bestimmen Sie dazu die Verteilungen, denen die Zufallszahlen genügen müssen, um die Zwischenankunftszeiten der Kunden, sowie ihre Bedienzeiten zu simulieren. Geben Sie auch an, wie sich die Zufallszahlen mit dem Verfahren von Lehmer erzeugen lassen.
- Führen Sie die Simulation für die 30 Kunden aus Tabelle 1 durch. *KD* bezeichne die lfd. Nr., *M/F* das Geschlecht (Mann/Frau) des Kunden und x_i seien die zu verwendenden Zufallszahlen.



Übertragen Sie nun die nachstehende Tabelle auf Ihren Lösungsbogen, und geben Sie die sämtliche Werte an.

KD	M/F	ZZ	AZ	BZ	ME	MS	DE	DS	HE	HS	WZ
1	F	2.56	2.56	3.84	6.39	0	0	0	0	0	0
⋮						⋮					⋮
30											

Dabei bezeichnen:

KD: Kundennummer

M/F :Mann oder Frau

ZZ: Zwischenankunftszeit

AZ: Ankunftszeit

BZ: Bedienzeit

ME: Endzeit an der Station „Meister“

MS: Warteschlangenlänge vor der Station „Meister“

DE: Endzeit an der Station „Damenfriseur“

DS: Warteschlangenlänge vor der Station „Damenfriseur“

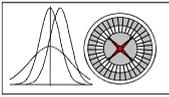
HE: Endzeit an der Station „Herrenfriseur“

HS: Warteschlangenlänge vor der Station „Herrenfriseur“

WZ: Wartezeit des i-ten Kunden

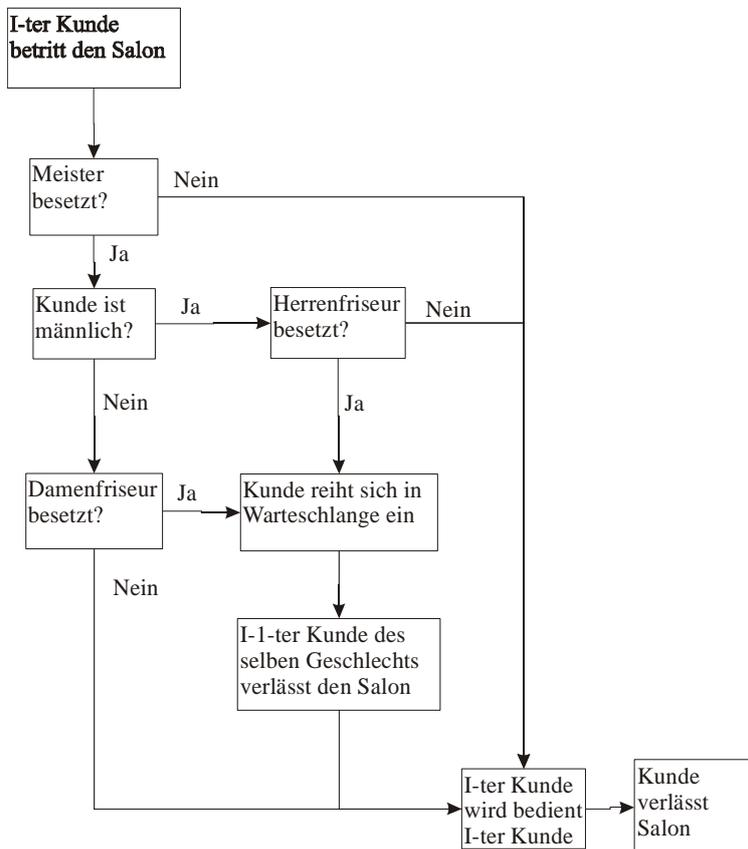
- e) Geben Sie die **Gesamtmodellzeit**, die **Gesamtwartezeit**, die **mittlere Wartezeit** sowie die **mittlere Schlangenlänge** an und bestimmen Sie den **Auslastungsgrad** der einzelnen Stationen. Wie sollte sich der Inhaber entscheiden?



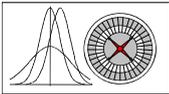


Lösungshinweise

a) Flussdiagramm Simulationsablauf:



- b) Betrachtet wird ein Warteschlangenmodell mit drei unterschiedlichen Bedienstationen. Es ist je nach Kundentyp (Mann oder Frau) zu unterscheiden. Zudem muss hier noch die Verteilung der Kundentypen in der Grundgesamtheit beachtet werden.
- c) Die multiplikative Kongruenzmethode erzeugt $0 \leq x_{i+1} \leq b-1$ gleichverteilte Zufallszahlen mit der Vorschrift: $x_{i+1} = a \cdot x_i \bmod b$ mit $x_0, a, b \in \mathbf{N}$. Durch Normieren erhält man auf dem Intervall $[0;1]$ gleichverteilte Zufallszahlen. Für die Simulation der Bedienzeiten der Herren sind gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall $[10;20]$ zu erzeugen: Im Intervall $[a;b]$ gleichverteilte Zufallszahlen erhält man aus $[0;1]$ -verteilte Zufallszahlen mittels der linearen Transformation

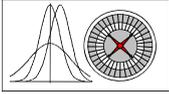


$$y = (b - a) \cdot x + a, \text{ hier also } y = (20 - 10) \cdot x + 10.$$

Für die Bedienzeiten der Damen sind exponentialverteilte Zufallszahlen mit dem Erwartungswert $\frac{1}{30}$, für die Zwischenankunftszeiten Zufallszahlen mit dem Erwartungswert $\frac{1}{20}$ zu erzeugen.

d)

KD	M/F	ZZ	AZ	BZ	ME	MS	DE	DS	HE	HS	WZ
1	F	2,56	2,56	3,84	6,39		0		0		0
2	M	3,49	6,04	18,4	6,39		0		24,44		0
3	M	11,6	17,64	15,6	33,24		0		24,44		0
4	F	3,02	20,66	4,52	33,24		25,18		24,44		0
5	M	4,21	24,87	18,1	33,24		25,18		42,97		0
6	F	7,13	32	10,7	33,24		42,7		42,97		0
7	F	44,15	76,15	66,22	142,37		42,7		42,97		0
8	F	3,25	79,4	4,88	142,37		84,28		42,97		0
9	F	0,4	79,8	0,61	142,37		84,88	1	42,97		4,47
10	M	4,21	84,02	18,1	142,37		84,88		102,12		0
11	M	1,89	85,91	19,1	142,37		84,88		121,22	1	16,21
12	F	50,51	136,42	75,77	142,37		212,19		121,22		0
13	F	18,33	154,75	27,49	182,23		212,19		121,22		0
14	F	35,44	190,18	53,16	243,34		212,19		121,22		0
15	F	1,03	191,21	1,54	243,34		213,73	1	121,22		20,98
16	M	11,24	202,45	15,7	243,34		213,73		218,15		0
17	F	53,19	255,64	79,78	335,42		213,73		218,15		0
18	F	4,97	260,61	7,45	335,42		268,06		218,15		0
19	F	27,73	288,33	41,59	335,42		329,92		218,15		0
20	F	24,08	312,41	36,12	335,42		366,04	1	218,15		17,51
21	M	0,2	312,61	19,9	335,42		366,04		332,51		0
22	F	8,93	321,54	13,39	348,8	1	366,04		332,51		13,88
23	M	4,46	326	18	348,8		366,04		350,51	1	6,51
24	F	24,76	350,76	37,14	387,9		366,04		350,51		0
25	M	35,44	386,2	11,7	387,9		366,04		397,9		0
26	F	5,75	391,95	8,63	400,58		366,04		397,9		0
27	F	10,55	402,51	15,83	418,33		366,04		397,9		0
28	M	13,08	415,58	15,2	418,33		366,04		430,78		0
29	F	10,55	426,14	15,83	441,97		366,04		430,78		0
30	F	44,15	470,28	66,22	536,5		366,04		430,78		0



e) Demnach ergeben sich folgende Größen:

Gesamtmodellzeit: 536,50 min

Summe der Wartezeiten: 79,56 min

Mittlere Schlängellänge: $\zeta = \frac{79,56}{536,5} \approx 0,15$

Auslastungsgrad „Meister“: $\rho_M = \frac{403,11}{536,5} \approx 0,75$

Auslastungsgrad „Damenfriseur“: $\rho_D = \frac{183,18}{536,5} \approx 0,34$

Auslastungsgrad „Herrenfriseur“: $\rho_H = \frac{154,2}{536,5} \approx 0,29$

Mittlere Wartezeit: $\bar{w} = \frac{79,56}{30} \approx 2,65$

Der Inhaber würde auf Basis dieser Simulation demnach keine weitere Fachkraft mehr einstellen.

