

Aufgabe 2-8-4

Gegeben sei das in [Abbildung 1](#) dargestellte Umladenetzwerk \vec{N} mit den Angebotsknoten 1, 2 und 3, den Umladeknoten 4, 5, 6 und 7 sowie den Nachfrageknoten 8 und 9.

In den Angebotsorten 1, 2 und 3 stehen jeweils 100, 50 und 70 ME zur Verfügung; die Nachfrage in den Bedarfsorten 8 bzw. 9 beträgt 80 bzw. 140 ME. Die Ober- und Untergrenzen κ_{ij} und λ_{ij} sind an den Pfeilen des Netzwerks notiert.

- a) Ergänzen Sie das Netzwerk \vec{N} in [Abbildung 1](#) zu einem Zirkulationsnetzwerk \vec{N}' . Beschriften Sie auch die neuen Pfeile mit den Werten $\lambda_{ij} | \kappa_{ij}; c_{ij}$.
- b) Stellen Sie das primale LP-Problem zur Berechnung des kostenminimalen Flusses für \vec{N}' mit den angegebenen Zahlenwerten auf (vgl. (8.1) bis (8.4) in Einheit 2 des Moduls 31801).

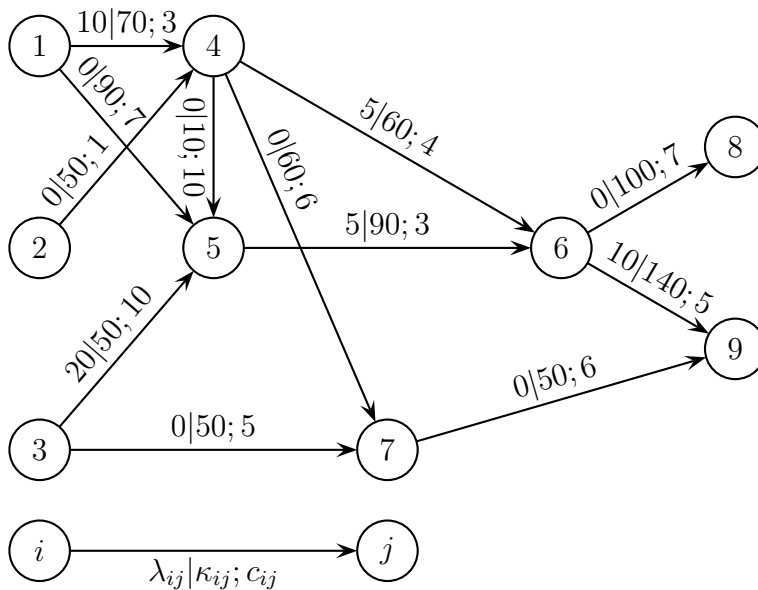
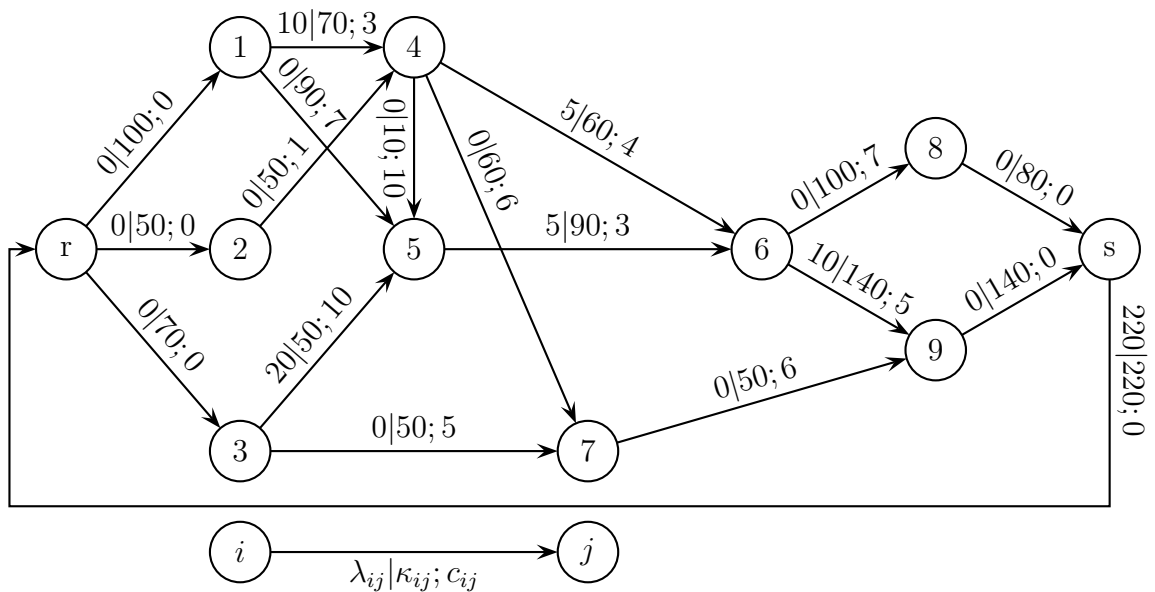


Abbildung 1: Umladenetzwerk \vec{N}

Lösungshinweise

- a) Gemäß Darstellung im Unterkapitel 8.2 (Einheit 2, Modul 31801) sind eine Quelle r sowie eine Senke s im Netzwerk \vec{N} zu ergänzen und diese Knoten mit den Knoten 1, 2, 3 bzw. 8 und 9 über entsprechende Pfeile zu verbinden. Die unteren Kapazitäten sind für alle neuen Verbindungen 0, die oberen Kapazitäten ergeben sich gerade aus den Angebots- und den Nachfragemengen. Es entstehen keine zusätzlichen Kosten. Außerdem ist noch der Rückflusspfeil von s nach r hinzuzufügen; auf dieser Verbindung soll genau die Summe der nachgefragten Mengeneinheiten »fließen«. Die untere ist somit gleich der oberen Kapazitätsschranke mit Wert 220; Kosten sind hier ebenfalls 0. Das zu einem Zirkulationsnetzwerk erweiterte Umladenetzwerk \vec{N}' ist in [Abbildung 2](#) dargestellt.

Abbildung 2: Umladenetzwerk \vec{N}' als Zirkulationsnetzwerk

b)

$$\begin{aligned} \min z = & 3x_{14} + 7x_{15} + x_{24} + 10x_{35} + 5x_{37} + 10x_{45} \\ & + 4x_{46} + 6x_{47} + 3x_{56} + 7x_{68} + 5x_{69} + 6x_{79} \end{aligned}$$

u. d. N.:

$$\begin{aligned} x_{r1} + x_{r2} + x_{r3} - x_{sr} &= 0 \\ x_{14} + x_{15} - x_{r1} &= 0 \\ x_{24} - x_{r2} &= 0 \\ x_{35} + x_{37} - x_{r3} &= 0 \\ x_{45} + x_{46} + x_{47} - x_{14} - x_{24} &= 0 \\ x_{56} - x_{15} - x_{35} - x_{45} &= 0 \\ x_{68} + x_{69} - x_{46} - x_{56} &= 0 \\ x_{79} - x_{37} - x_{47} &= 0 \\ x_{8s} - x_{68} &= 0 \\ x_{9s} - x_{69} - x_{79} &= 0 \\ x_{sr} - x_{8s} - x_{9s} &= 0 \end{aligned}$$

Die ebenfalls für jeden Pfeil des Netzwerks anzugebenden Kapazitätsrestriktionen der Form $x_{ij} \geq \lambda_{ij}$ (8.3) und $x_{ij} \leq \kappa_{ij}$ (8.4) lauten konkret für das betrachtete Netzwerk:

$$\begin{aligned} x_{r1} \geq 0, \quad x_{r2} \geq 0, \quad x_{r3} \geq 0, \quad x_{14} \geq 10, \quad x_{15} \geq 0, \quad x_{24} \geq 0, \\ x_{35} \geq 20, \quad \dots \quad x_{8s} \geq 0, \quad x_{9s} \geq 0, \quad x_{sr} \geq 220 \\ x_{r1} \leq 100, \quad x_{35} \leq 50, \quad x_{68} \leq 100, \quad x_{8s} \leq 80, \quad \text{usw.} \end{aligned}$$