Aufgabe 2-7-2

Ein Unternehmen beabsichtigt, vier Produktionsstätten zu errichten. In die nähere Betrachtung werden sechs Standorte einbezogen, wobei jeder Standort höchstens einen Produktionsbetrieb aufnehmen kann. Die Kosten (in Mio. €), die für die Errichtung des Betriebs P_i am Standort S_j entstehen, sind in der Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1: Kosten für die Errichtung von Produktionsstätten

[Mio. €]	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
P_1	18	6	12	6	5	6
P_2	9	2	14	4	8	4
P_3	2	4	8	10	2	8
P_4	6	6	3	2	4	6

Ziel ist es, das beschriebene Problem als Zuordnungsproblem zu betrachten und mit Hilfe der Ungarischen Methode optimale Standorte für die Zuordnung Produktionsstätten zu bestimmen. Stellen Sie als Vorbereitung für die Anwendung der Ungarischen Methode eine quadratische Kostenmatrix auf, ermitteln die reduzierte Matrix und markieren darin eine Menge unabhängiger Nullen.

Lösungshinweise

Das in Einheit 2, Kapitel 9 vorgestellte Zuordnungsproblem geht davon aus, dass die n Elemente der einen Menge den n Elementen einer anderen Menge zugeordnet werden. Es werden deshalb in dieser Aufgabe kostenneutral zwei fiktive Betriebe P_5 und P_6 ergänzt, womit sich folgende Matrix C ergibt.

$$C = \begin{pmatrix} 18 & 6 & 12 & 6 & 5 & 6 \\ 9 & 2 & 14 & 4 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & 10 & 2 & 8 \\ 6 & 6 & 3 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Für die Ausgangsmatrix C werden die jeweiligen Zeilenminima notiert und anschließend in der Matrix die Einträge zeilenweise um das jeweilige Zeilenminimum reduziert.
Anschließend werden die Spaltenminima bestimmt, die im vorliegenden Fall alle den Wert Null haben. Eine weitere Reduktion ist somit nicht erforderlich, und die sogenannte reduzierte Matrix ist bestimmt.

$$\begin{array}{cccccc|c} 18 & 6 & 12 & 6 & 5 & 6 & 5 \\ 9 & 2 & 14 & 4 & 8 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 8 & 10 & 2 & 8 & 2 \\ 6 & 6 & 3 & 2 & 4 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad => \quad \begin{array}{cccccc} 13 & 1 & 7 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 12 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 8 & 0 & 6 \\ 4 & 4 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad => \quad \begin{pmatrix} 13 & 1 & 7 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 12 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 8 & 0 & 6 \\ 4 & 4 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Menge unabhängiger Nullen ist in der reduzierten Matrix $\bar{C}$ mit $\rhd$ markiert. Sie wurde gemäß Schritt 2 im Algorithmus 9.2 bestimmt.

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} 13 & 1 & 7 & 1 & \rhd 0 & 1 \\ 7 & \rhd 0 & 12 & 2 & 6 & 2 \\ \rhd 0 & 2 & 6 & 8 & 0 & 6 \\ 4 & 4 & 1 & \rhd 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & \rhd 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rhd 0 \end{pmatrix}$$