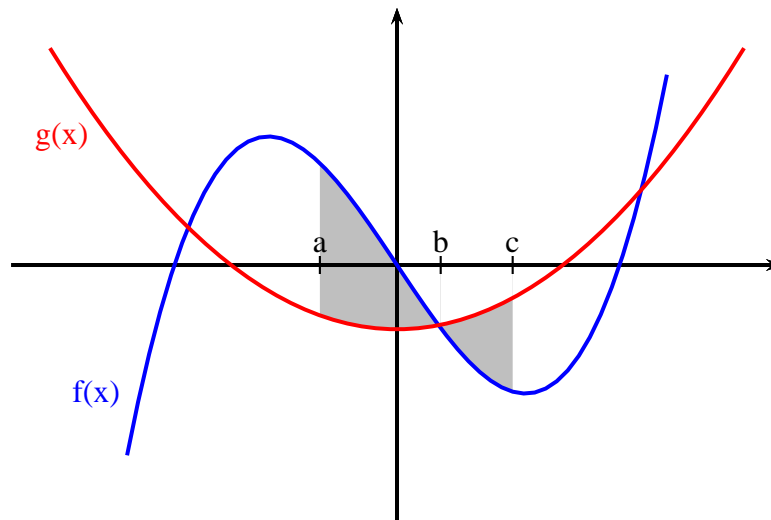


Aufgabe B0407

Bestimmtes Integral

Gegeben seien die Funktionsgraphen der Funktionen f und g . Markieren Sie die Integralausdrücke, die den Flächeninhalt der markierten Fläche bestimmen:



- A) $\int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx - \int_c^b |g(x) - f(x)| \, dx$
- B) $\int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx + \int_b^c |f(x) - g(x)| \, dx$
- C) $\int_a^c |f(x)| \, dx - \int_a^c |g(x)| \, dx$
- D) $\int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx - \int_c^b (g(x) - f(x)) \, dx$
- E) $\int_a^c f(x) \, dx - \int_a^c g(x) \, dx$
- F) $\int_a^0 f(x) \, dx + \int_a^0 g(x) \, dx + \int_0^b f(x) \, dx - \int_0^b g(x) \, dx - \int_b^c f(x) \, dx + \int_b^c g(x) \, dx$

Aufgabe B0407 (Lösungshinweise)

Bei der Berechnung des Flächeninhalts gibt es nur positive Flächen, im Gegensatz zur Berechnung des Integrals. Zur Bestimmung muss von der Grenze a bis zum Schnittpunkt b

der beiden Funktionen f und g und von der Grenze b zur Grenze c integriert werden. Alternativ kann auch noch $x = 0$ mit in die Flächenberechnung einbezogen werden.

A) Es wird zunächst der Flächeninhalt zwischen den Funktionen f und g im Intervall $[a, b]$ berechnet: $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. Die Betragsstriche verhindern, dass der Flächeninhalt negativ werden könnte. Der zweite Term $\int_c^b |g(x) - f(x)| dx$ bestimmt ebenfalls den Flächeninhalt. Zu beachten ist, dass die Grenzen b und c vertauscht sind. Allgemein gilt: $\int_a^b |f(x)| dx = - \int_b^a |f(x)| dx$. Daher ergibt sich:

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx - \int_c^b |g(x) - f(x)| dx = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |g(x) - f(x)| dx.$$

B) ist richtig, da der Betrag beider Teilintervalle addiert wird.

C) ist nicht korrekt, da das Integral im Intervall von a bis c berechnet und der Schnittpunkt nicht berücksichtigt wird.

D) ist wahr, da wieder gilt: $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx - \int_c^b (g(x) - f(x)) dx$
 $= \int_a^b (f(x) - g(x)) dx + \int_b^c (g(x) - f(x)) dx$. Die Betragsstriche können weggelassen werden, da die berechneten Flächen positiv sind.

E) siehe C).

F) ist nicht wahr, da $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx - \int_b^c |g(x) - f(x)| dx$
 $= \int_a^0 f(x) dx - \int_a^0 g(x) dx + \int_0^b f(x) dx - \int_0^b g(x) dx - \int_b^c f(x) dx + \int_b^c g(x) dx$.

Die Aussagen C), E) und F) sind nicht wahr.

Die Aussagen A), B) und D) sind wahr.