

**Aufgabe B0210**

Grenzwert und Stetigkeit

Eine Druckerei bestellt bei einem Großhändler Papier. Der Preis für das Papier beträgt 0,80 Euro je Kilogramm. Für den Transport sind je Bestellung zusätzlich Kosten von 200 Euro zu berücksichtigen. Für das Papier werden ab einem Bestellwert von 2 400 Euro die gesamten Transportkosten von dem Großhändler übernommen.

Formulieren Sie die Funktion  $K(x)$  der Kosten für die Druckerei in Abhängigkeit der bestellten Menge  $x$  unter der Annahme, dass eine einmalige Lieferung erfolgt. Untersuchen Sie die Kostenfunktion auf Monotonie und Stetigkeit!

**Aufgabe B0210 (Lösungshinweise)**

Bei der Kostenfunktion ist zu berücksichtigen, dass ab einem Bestellwert von 2 400 € die Transportkosten nicht mehr vom Käufer zu tragen sind. Zuerst ist zu berechnen, wie viel Kilogramm Papier die kritischen Kosten in Höhe von 2 400 € verursachen, allerdings ohne Transportkosten:

$$\begin{aligned} 0,80x &= 2400 & | : 0,80 \\ x &= 3000 \end{aligned}$$

Ab einer Bestellmenge von 3 000 Kilogramm übernimmt der Großhändler die Transportkosten in Höhe von 200 Euro. Somit gilt für die stückweise lineare Kostenfunktion

$$K(x) = \begin{cases} 0,80 \cdot x + 200 & \text{für } 0 \leq x < 3000 \\ 0,80 \cdot x & \text{für } x \geq 3000 \end{cases}.$$

Nun wird die Kostenfunktion auf Monotonie überprüft. Wie unmittelbar zu erkennen, ist die Funktion auf dem Intervall  $[0,3000)$  und dem Intervall  $[3000,\infty)$  streng monoton steigend.

Die gesamte Kostenfunktion ist nur dann streng monoton steigend, wenn der linksseitige Grenzwert kleiner oder gleich dem rechtsseitigen Grenzwert an der Stelle  $x = 3\,000$  ist.

Es gilt:

$$\lim_{x \rightarrow 3000^-} 0,80 \cdot x + 200 = 2600$$

$$\lim_{x \rightarrow 3000^+} 0,80 \cdot x = 2400$$

Die Kostenfunktion ist somit nicht stetig. Zudem ist die Kostenfunktion nicht (streng) monoton steigend, denn der linksseitige Grenzwert ist größer als der rechtsseitige Grenzwert, weil ab einer Bestellmenge von 3 000 Kilogramm die Transportkosten von 200 € entfallen.

