

Aufgabe B0208

Grenzfunktion und Differential

Ein Unternehmen produziert ein Produkt. Dabei wurde festgestellt, dass die Gewinnschwelle bei 7 produzierten Produkten liegt. Die Gewinngrenze wird bei 400 Produkten erreicht. Der Grenzgewinn liegt für 20 Produkte bei $\frac{367}{100}$. Stellen Sie die dazugehörige Gewinnfunktion (Parabel) auf.

Aufgabe B0208 (Lösungshinweise)

Gesucht:

$$G(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{mit} \quad G'(x) = 2ax + b$$

Gegeben:

(I) Gewinnschwelle $G(7) = 0$: $a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 0$

(II) Gewinngrenze $G(400) = 0$: $a \cdot 400^2 + b \cdot 400 + c = 0$

(III) Grenzgewinn $G'(20) = \frac{367}{100}$: $2a \cdot 20 + b = \frac{367}{100}$

1. Schritt: (II) – (I) = (I')

(I') $159951a + 393b = 0$

(III) $40a + b = \frac{367}{100} \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{367}{100} - 40a$

2. Schritt: (III) in (I')

$$\begin{aligned} 159951a + 393 \cdot \left(\frac{367}{100} - 40a \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow 144231a &= -\frac{144231}{100} \\ \Leftrightarrow a &= -\frac{1}{100} \end{aligned}$$

3. Schritt: a in (III)

$$40 \cdot \left(-\frac{1}{100} \right) + b = \frac{367}{100} \quad \Leftrightarrow \quad b = 4,07$$

4. Schritt: a und b in (I)

$$\left(-\frac{1}{100}\right) \cdot 7^2 + 4,07 \cdot 7 + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c = -28$$

Daraus folgt:

$$G(x) = \left(-\frac{1}{100}\right) \cdot x^2 + 4,07 \cdot x - 28$$