Aufgabe B0201 Reelle Funktionen

Geben Sie den Definitionsbereich, die Steigung bzw. Monotonie, Beschränkung (obere bzw. untere Schranken) und den Wertebereich der folgenden Funktionen an.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

b) $f(x) = \dfrac{5}{x}$

c) $f(x) = g(x) + h(x) \quad$ mit $g(x) = 2x$ und $h(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = -2x^2 + 3$

Aufgabe B0201 (Lösungshinweise)

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

- Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R}$
- Monotonie: streng monoton fallend für $x \leq -1$ und streng monoton steigend für $x \geq -1$
- Beschränkung: nach unten beschränkt; $f(x) \geq -4 \; \forall x \in D_f$
- Wertebereich: $W_f = [-4, \infty)$

b) $f(x) = \dfrac{5}{x}$

- Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R} \backslash \{0\}$
- Monotonie: Die Funktion $f(x)$ ist weder fallend noch steigend, nur streng monoton fallend auf dem Teilintervall $(-\infty; 0)$ und streng monoton fallend auf dem Teilintervall $(0; \infty)$
- Beschränkung: $f(x)$ ist insgesamt unbeschränkt, jedoch gelten für die oben angegebenen Teilintervalle folgende Beschränkungen: Teilintervall $(-\infty; 0)$ ist nach oben beschränkt mit $f(x) \leq 0 \; \forall x \in D_f$ und Teilintervall $(0; \infty)$ ist nach unten beschränkt mit $f(x) \geq 0 \; \forall x \in D_f$
- Wertebereich: $W_f = \mathbb{R} \backslash \{0\}$

c) $f(x) = g(x) + h(x)$ mit $g(x) = 2x$ und $h(x) = \sqrt{x}$

- Definitionsbereiche: $D_g = \mathbb{R}$; $D_h = \mathbb{R}_+$; $D_f = D_g \cap D_h = \mathbb{R}_+$
- Monotonie: $f(x)$ ist streng monoton steigend für $x \geq 0$, $x \in \mathbb{R}_+$

- Beschränkung: $f(x)$ ist nach unten beschränkt mit $f(x) \geq 0 \, \forall x \in D_f$
- Wertebereiche: $W_f = \mathbb{R}_+$

d) $f(x) = -2x^2 + 3$

- Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R}$
- Monotonie: streng monoton steigend für $x \leq 0$ und streng monoton fallend für $x \geq 0$
- Beschränkung: nach oben beschränkt mit $f(x) \leq 3 \, \forall x \in D_f$
- Wertebereich: $W_f = (-\infty, 3]$