

Aufgabe B0409**Umkehrfunktion**

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion f^{-1} in der expliziten Form $x = f^{-1}(y)$:

a) $f : y = (x + 1)^{-2}, \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

b) $f : y = x^2 + 6x + 2$

c) $f : y = \frac{2}{5}x + 5$

Aufgabe B0409 (Lösungshinweise)

a) $y = (x + 1)^{-2} \quad | \sqrt[2]{(\cdot)}$

$$\Leftrightarrow \sqrt[2]{y} = x + 1 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[2]{y} - 1$$

$$f^{-1} : x = \sqrt[2]{y} - 1, \quad \mathbb{D}_{f^{-1}} = \mathbb{R}_+$$

b) $y = x^2 + 6x + 2 \quad | +7 \quad \left(\text{da } \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9 \right)$

$$\Leftrightarrow y = x^2 + 6x + 9 \quad | \text{ Tipp: 1. Binomische Formel } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\Leftrightarrow y + 7 = (x + 3)^2 \quad | \sqrt{(\cdot)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{y + 7} = x + 3 \vee \sqrt{y + 7} = -x - 3 \quad | -3 \quad \vee \quad | +x - \sqrt{y + 7}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{y + 7} - 3 \vee x = -\sqrt{y + 7} - 3$$

$$f^{-1} : x = \sqrt{y + 7} - 3 \vee x = -\sqrt{y + 7} - 3, \quad \mathbb{D}_{f^{-1}} = \{y \in \mathbb{R} | y \geq -7\}$$

c) $y = \frac{2}{5}x + 5 \quad | : \frac{2}{5}$

$$\Leftrightarrow 2,5y = x + 12,5 \quad | -12,5$$

$$\Leftrightarrow x = 2,5y - 12,5$$

$$f^{-1} : x = 2,5y - 12,5$$