

**Aufgabe B0305****Gleichungen**

Lösen Sie folgende Aufgaben:

a)  $\sqrt{x+8} = x+4$

b)  $\sqrt{x+7} - \sqrt{x+2} - 2 = 0$

**Aufgabe B0305 (Lösungshinweise)**

a)  $\sqrt{x+8} = x+4$

1. Bestimmung des Definitionsbereichs  $\mathbb{D}$  der Variablen  $x$

$$x \geq -8 \text{ und } \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -8\} = [-8, \infty)$$

2. Quadrieren beider Seiten der Gleichung

$$\sqrt{x+8} = x+4 \quad |(\cdot)^2$$

$$x+8 = (x+4)^2 \quad |1. \text{ Binomische Formel}$$

$$x+8 = x^2 + 8x + 16$$

3. Ermittlung der  $x$ -Werte durch Lösen der quadratischen Gleichung mit  $pq$ -Formel

$$x+8 = x^2 + 8x + 16 \quad | -8 | -x$$

$$x^2 + 7x + 8 = 0 \quad |pq\text{-Formel}$$

$$x_{1,2} = -3,5 \pm \sqrt{(-3,5)^2 - 8}$$

$$x_{1,2} = -3,5 \pm \sqrt{4,25}$$

$$x_1 = -3,5 + \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{-7 + \sqrt{17}}{2} \approx -1,438$$

$$x_2 = -3,5 - \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{-7 - \sqrt{17}}{2} \approx -5,562$$

4. Überprüfung der ermittelten  $x$ -Werte in der Wurzelgleichung

$$\text{Für } x_1 = \frac{-7 + \sqrt{17}}{2} : \sqrt{\frac{-7 + \sqrt{17}}{2} + 8} - 4 = \frac{-7 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Für } x_2 = \frac{-7 - \sqrt{17}}{2} : \sqrt{\frac{-7 - \sqrt{17}}{2} + 8} - 4 = -2,438 \neq -5,562$$

$$\text{b) } \sqrt{x+7} - \sqrt{x+2} - 2 = 0$$

1. Bestimmung des Definitionsbereichs  $\mathbb{D}$  der Variablen  $x$

$$x \geq -2 \wedge x \geq -7$$

$$\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\} = [-2, \infty)$$

2. Umformung der Gleichung und quadrieren beider Seiten

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{x+2} - 2 = 0 \quad | + \sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+7} - 2 = \sqrt{x+2} \quad | (\cdot)^2$$

$$(\sqrt{x+7} - 2)^2 = (\sqrt{x+2})^2$$

3. Ermittlung der  $x$ -Werte durch Umformungen

$$(\sqrt{x+7} - 2)^2 = (\sqrt{x+2})^2 \quad | \text{2. Binomische Formel}$$

$$(\sqrt{x+7})^2 - 4 \cdot \sqrt{x+7} + 4 = x + 2 \quad | - x - 7$$

$$-4 \cdot \sqrt{x+7} + 4 = -5 \quad | -4$$

$$-4 \cdot \sqrt{x+7} = -9 \quad | : (-4)$$

$$\sqrt{x+7} = 2,25 \quad | (\cdot)^2$$

$$x + 7 = 5,0625 \quad | -7$$

$$x = -\frac{31}{16} = -1,9375$$

4. Überprüfung des ermittelten  $x$ -Wertes in der Wurzelgleichung

$$\text{Für } x = -1,9375 : \sqrt{-1,9375+7} - \sqrt{-1,9375+2} - 2 = 0$$