

# Grundlagen der Statistik

## Übung 9

---

## Übersicht über die mit den Übungsaufgaben geprüften Lehrzielgruppen

Lehrzielgruppe 1:   Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen

Aufgaben:           1 – 3, 41

Lehrzielgruppe 2:   Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Aufgaben:           4, 5, 42 und 43

---

**Aufgabe 1** (10 RP)

Es seien A, B, C Ereignisse, von denen bekannt sei:

$$P(C) = 0,9$$

$$P(A) = 0,6$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

$$P(A \cap C) = 0,6$$

$$P(A|B) = 0,8$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A A und C sind unabhängig.
  - B A und B sind unabhängig.
  - C  $P(B) = 0,5$
  - D  $P(A \cup C) = P(C)$
  - E Keine der Aussagen A - D ist richtig.

---

**Aufgabe 2** (10 RP)

Gegeben sei eine Zufallsvariable X mit zugehöriger Dichtefunktion

$$f_x(x) = \begin{cases} b - \frac{b}{a}x & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei seien a, b reelle Konstanten,  $a > 0, b > 0$ .

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Für jede Wahl von a, b mit  $a > 0, b > 0$ . ist  $f_x(x)$  eine Dichtefunktion.
  - B Für jedes  $a > 0$  ist nur eine Wahl von b zulässig, so daß  $f_x(x)$  eine Dichtefunktion wird.
  - C Für eine zulässige Wahl von a,b ergibt sich  $E(X) = \frac{1}{3}a$ .
  - D Für eine zulässige Wahl von a,b ergibt sich  $E(X) = \frac{2}{3b}$ .
  - E Für eine zulässige Wahl von a,b ergibt sich  $Var(X) = \frac{1}{6}a^2$ .
-

**Aufgabe 3** (15 RP)

Gegeben sei die Dichtefunktion zweier Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  als

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2)(1-y) & \text{für } -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A  $f_Y(y) = \frac{8}{9}(1-y)$
  - B  $f_X(x) = \frac{3}{4}(1-x^2)$
  - C  $X$  und  $Y$  sind unabhängig
  - D  $\text{Cov}(X, Y) = \frac{3}{2}$
  - E  $E(X|Y) = E(Y) = 0$

**Aufgabe 4** (10 RP)

Gegeben seien die folgenden Zufallsvariablen und ihre Verteilungen:

$X_i$  sei  $B(1;0,2)$ -verteilt für  $i = 1, 2, \dots, 10$ ,

$Y_i$  sei  $Ps(2)$ -verteilt für  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

Außerdem seien alle  $X_i$  und alle  $Y_i$  untereinander stochastisch unabhängig.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A  $\sum_{i=1}^{10} X_i$  ist  $B(10;0,02)$ -verteilt.
  - B  $P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i > 5\right) = 0,0328$ .
  - C  $\sum_{i=1}^{10} Y_i$  ist  $Ps(2)$ -verteilt.
  - D  $P\left(\sum_{i=1}^{10} Y_i > 5\right) = 0,0165$ .
  - E Keine der Aussagen ist richtig.

**Aufgabe 5** (10 RP)

Welche der folgenden Aussagen über die Normalverteilung sind richtig?

- (x aus 5)
- A Die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung muß Tabellen entnommen werden, da ihre Dichte nicht explizit angebbbar ist.
  - B Die Dichtefunktion der Normalverteilung hat ihr Maximum gerade bei  $x = \mu$  und ihre Wendepunkte bei  $x = \mu \pm \sigma$ .
  - C Für eine Normalverteilung gilt:  $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,6827$ .
  - D Für eine Normalverteilung gilt:  $P(2(\mu - \sigma) \leq X \leq 2(\mu + \sigma)) = 0,9545$ .
  - E Für eine Normalverteilung gilt:  $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 0,9973$ .

**Aufgabe 41** (15 RP)

Eine Maschine werde alle 4 Tage gewartet. Von jeder Wartung an ist die Anzahl von Werktagen, die die Maschine ohne weitere Wartung schadensfrei überstehen wird, Poisson-verteilt mit Parameter  $\mu = 8$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (3 Nachkommastellen), daß die Maschine bereits vor dem nächsten Wartungszeitpunkt ausfällt und eine außerplanmäßige Wartung durchgeführt werden muß?

(numerisch)

p =

--	--	--	--	--	--	--	--

**Aufgabe 42** (15 RP)

Spekulant A kauft eine Aktie zum Kurs von 100 € und geht davon aus, daß der Kurs  $K$  der Aktie nach einem Monat so verteilt sein wird, daß  $\ln K$  gerade  $N(\mu = 4,65; \sigma = 0,25)$ -verteilt ist.

Spekulant B kauft eine gleiche Aktie zum gleichen Kurs und glaubt, davon ausgehen zu können, daß der Kurs  $K$  eine günstige Entwicklung nehmen wird. Er nimmt an, daß  $\ln K$  gerade  $N(\mu = 4,75; \sigma = 1/2)$ -verteilt ist.

Um wieviel ist die Wahrscheinlichkeit des Spekulanten B, mit der er einen Kursgewinn erwartet, größer als die Wahrscheinlichkeit, die Spekulant A für das gleiche Ergebnis kalkuliert (3 Nachkommastellen)?

(numerisch)

$\Delta p =$

--	--	--	--	--	--	--	--

---

**Aufgabe 43** (15 RP)

Eine Maschine A füllt Tuben ab, deren Füllmengen normalverteilt sind mit einer Standardabweichung von  $\sigma_A = 7\text{g}$ . Die mittlere Füllmenge  $\mu_A$  ist beliebig einstellbar.

Maschine B kann ebenfalls Tuben abfüllen, wobei die Füllmengen normalverteilt sind mit einer Standardabweichung von  $\sigma_B = 5,5\text{g}$ . Die mittlere Füllmenge  $\mu_B$  ist jedoch nicht stufenlos einstellbar, sondern nur im 5g-Abstand, also etwa 245 g, 250 g, 255 g, 260 g usw.

Sie produzieren Senf und möchten eine dieser Maschinen anschaffen. Gegenüber Ihrem Abnehmer müssen Sie absichern, daß höchstens 2,5% der Tuben weniger als 250 g Senf enthalten. Nehmen Sie an, daß die Produktion von 1 kg Senf Sie 3,- € kostet. Wie groß ist der Produktionskostenunterschied je Stück, wenn beide Maschinen optimal eingestellt sind (4 Nachkommastellen, Angabe in €)?

(numerisch)

--	--	--	--	--	--	--

---

**Aufgabe 43 war die letzte Aufgabe**