

# Grundlagen der Statistik

## Übung 8

---

## **Übersicht über die mit den Übungsaufgaben geprüften Lehrzielgruppen**

Lehrzielgruppe 1:   Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen

Aufgaben:           1 – 3, 41

Lehrzielgruppe 2:   Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Aufgaben:           4 - 6, 42 und 43

**Aufgabe 1** (15 RP)

Es seien A, B, C Ereignisse, von denen bekannt sei:

$$P(B) = 0,9$$

$$P(C) = 0,5$$

$$P(A \cap B) = 0,7$$

$$P(B|A) = 0,875$$

$$P(A \cap C) = 0,4.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A A und B sind unabhängig.
  - B A und C sind unabhängig.
  - C  $P(A) = 0,9$ .
  - D  $P(A \text{ oder } B) = P(A) + P(B)$
  - E  $P(B \cap C) = 0$ .

**Aufgabe 2** (10 RP)

Gegeben sei eine (exponentialverteilte) Zufallsvariable  $X$  mit zugehöriger Dichtefunktion

$$f_x(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases},$$

dabei sei  $\lambda > 0$  eine reelle Konstante.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$
  - B  $E(X) = \lambda$
  - C  $E(X) = -\frac{1}{\lambda}$
  - D  $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
  - E  $Var(X) = -\frac{2}{\lambda^2}$

**Aufgabe 3** (15 RP)

Gegeben sei die Dichtefunktion zweier Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  als

$$f_{X,Y} = \begin{cases} x(1+y) + \frac{1}{4} & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \text{ und } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A  $f_Y(y) = \frac{1}{2}(y+1)$  für  $0 \leq y \leq 1$
- B  $f_X(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$  für  $0 \leq x \leq 1$
- C  $E(Y) = \frac{13}{24}$
- D  $f_X(x|y = E(Y)) = \frac{37}{24}x + \frac{1}{4}$  für  $0 \leq x \leq 1$
- E  $E(X|y = E(Y)) = \frac{92}{147}$

**Aufgabe 4** (10 RP)

Gegeben seien die folgenden Zufallsvariablen und ihre Verteilungen:

$X_1$  sei  $B(10; 0,1)$ -verteilt und  $X_2$  sei  $Ps(4)$ -verteilt.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A  $P(X_1 < 3) = 0,9872$
- B  $Var X_1 = 1$
- C  $P(X_2 \geq 10) = 0,0081$
- D  $E(X_2) = 4$
- E  $\sigma_{x_2} = 4$

---

**Aufgabe 5** (10 RP)

Welche der folgenden Aussagen über die Normalverteilung sind richtig?

- (x aus 5)
- A  $P(-\sigma \leq X \leq \sigma) = 0,683$  (gerundet), wenn  $X \sim N(0, 1)$ .
  - B  $P(-\sigma \leq X \leq \sigma) = 0,683$  (gerundet) für eine beliebig normalverteilte Zufallsvariable  $X$ .
  - C Ist  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , so ist für  $b > 0$ ,  $a - bX \sim N(\mu + a, b^2 \times \sigma^2)$ .
  - D Ist  $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  und  $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , so ist  $aX_1 + bX_2 + c \sim N(a\mu_1 + b\mu_2 + c, (a\sigma_1^2 + b\sigma_2^2))$ , wenn  $a$  und  $b$  größer als 0 sind und  $X_1$  und  $X_2$  unabhängig sind.
  - E  $P(X \geq \mu) = \frac{1}{2}$  für  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .
- 

**Aufgabe 6** (10 RP)

Die Anzahl der wöchentlichen Hundebisse bei den Briefträgern einer Kleinstadt ist poisson-verteilt mit  $\mu = 3$ .

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Wochen mehr als acht Hundebisse erfolgen?

- (1 aus 5)
- A 0,0081
  - B 0,0038
  - C 0,1318
  - D 0,5443
  - E Keine der Alternativen A - D ist richtig.
-

**Aufgabe 41** (15 RP)

Ein Produkt werde an drei verschiedenen Maschinen A, B und C hergestellt. Von einer Produktionsserie wurden 400 Stück an Maschine A, 100 Stück an Maschine B und 500 Stück an Maschine C gefertigt. Die Ausschussraten (Anteil der fehlerhaften Stücke) betragen erfahrungsgemäß bei Maschine A 1%, bei Maschine B 4% und bei Maschine C 2%.

Wie groß ist bei einem dieser Produktionsserie beliebig entnommenen Stück die Wahrscheinlichkeit, dass es von Maschine B stammt, wenn festgestellt wird, dass es fehlerhaft ist (Ergebnis 4 Dezimalstellen hinter dem Komma gerundet)?

(numerisch) P = 

--	--	--	--	--	--	--

**Aufgabe 42** (10 RP)

Ein Betrieb füllt auf einer Maschine Senf in Senftuben ab. Die Maschine füllt die Tuben gemäß einer Normalverteilung mit Mittelwert  $\mu = 255$  g und Standardabweichung  $\sigma = 10$  g.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Tuben, die mit einem Sollinhalt von 250g beschriftet werden, zuwenig Senf enthalten (Ergebnis 4 Dezimalstellen hinter dem Komma gerundet)?

(numerisch) P = 

--	--	--	--	--	--	--

**Aufgabe 43** (10 RP)

Einer Lieferung von Transistoren werden 1.700 Transistoren entnommen. Berechnen Sie (approximativ) die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens 1% und höchstens 2% der Transistoren defekt sind, wenn für jeden Transistor die Wahrscheinlichkeit, dass er defekt ist, 0,01 beträgt (Ergebnis 4 Dezimalstellen hinter dem Komma gerundet).

(numerisch) P = 

--	--	--	--	--	--	--

**Aufgabe 43 war die letzte Aufgabe**