

# Grundlagen der Statistik

## Übung 4

---

## Übersicht über die mit den Übungsaufgaben geprüften Lehrzielgruppen

Lehrzielgruppe 1: Grundbegriffe und Häufigkeitsverteilungen

Aufgaben: 1 – 6, 13 und 14

Lehrzielgruppe 2: Untersuchung von Zusammenhängen zwischen Merkmalen

Aufgaben: 7 - 9

Lehrzielgruppe 3: Zeitabhängige Merkmale und Indexlehre

Aufgaben: 10 - 12

---

**Aufgabe 1** (5 RP)

In einer Untersuchung werden die Merkmale Einwohnerzahl ( $X_1$ ), Pro-Kopf-Einkommen ( $X_2$ ) und Arbeitslosenquote ( $X_3$ ) in verschiedenen Gemeinden erhoben.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Alle Merkmale sind quantitative Merkmale.
  - B  $X_1$  ist ein diskretes Merkmal.
  - C Das Pro-Kopf-Einkommen  $X_2$  und die Arbeitslosenquote  $X_3$  sind diskrete Merkmale.
  - D Eine Skalentransformation für diese Merkmale braucht nur eineindeutig zu sein.
  - E Für die gegebenen Merkmale ist das arithmetische Mittel ein geeigneteres Lagemaß als der Modus.
- 

**Aufgabe 2** (8 RP)

Gegeben sei die statistische Reihe  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, n \in \mathbb{N}$ .

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 4)
- A Die Summe der betragsmäßigen Abweichungen der Beobachtungswerte vom arithmetischen Mittel  $\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$  ist 0.
  - B Die statistische Reihe sei transformiert durch  $y_i = ax_i + b, i = 1, \dots, n$ . Dann gilt:  $\bar{y} = a\bar{x} + b$ .
  - C Zur statistischen Reihe komme eine weitere Merkmalsausprägung  $x_{n+1}$  hinzu. Das neue arithmetische Mittel  $\bar{x}_{neu}$  berechnet sich dann mit Hilfe des alten arithmetischen Mittels  $\bar{x}$  nach der Formel  $\bar{x}_{neu} = x_{n+1} + \frac{n}{n+1} \times \bar{x}$ .
  - D Bei der Berechnung des geometrischen Mittels  $\bar{x}_g$  sind die Wachstumsfaktoren  $x_1, \dots, x_n$  stets positiv.
  - E (nicht markieren)
-

**Aufgabe 3** (8 RP)

Gegeben sei eine statistische Reihe  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, n \in \mathbb{N}$ .

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 4)
- A Es gilt für die Varianz  $\tilde{s}^2$ :  $\tilde{s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$ .
- B Die Summe  $S = \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2$  wird bezüglich  $M$  dann minimal, wenn  $M = \bar{x}$  gilt.
- C Der Variationskoeffizient ist ein relatives Streuungsmaß und ist definiert durch  $v = \frac{\tilde{s}^2}{\bar{x}}$ .
- D Hat man zu der gegebenen statistischen Reihe die Werte  $\sum_{i=1}^n x_i^2$  und  $\bar{x}$  berechnet, so kann man nach Hinzunahme eines weiteren Wertes  $x_{n+1}$   $\tilde{s}_{(neu)}^2$  berechnen als
- $$\tilde{s}_{(neu)}^2 = \frac{1}{n+1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 + x_{n+1}^2 \right) - \left( \frac{1}{n+1} (n\bar{x} + x_{n+1}) \right)^2.$$
- E (nicht markieren)

**Aufgabenblock 4 - 6**

Ein Elektrohändler untersucht 20 Glühlampen auf ihre Lebensdauer  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, 20$ . Er stellt folgende Lebensdauern (in Stunden) fest:

123,1	108,4	68,9	174,0	188,2	124,1	200,0
128,2	131,4	144,6	99,7	111,4	0,1	113,8
108,9	112,5	179,6	139,3	100,6	220,5	

**Aufgabe 4** (8 RP)

Der Elektrotechniker teilt seine Skala in Klassen der Breite 25 ein. Klasse 1 umfaßt Werte von über 0 bis einschließlich 25. Anschließend ermittelt er die sich ergebenden Klassenhäufigkeiten.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 4)
- A Der Elektrohändler muß seine Skala in 9 Klassen einteilen, um alle Werte erfassen zu können.
- B In der 2. Klasse liegen keine Beobachtungen vor.
- C Die modale Klasse enthält 7 Beobachtungen.
- D Die relative Summenhäufigkeit  $F(100)$  beträgt 0,25.
- E (nicht markieren)

**Aufgabe 5** (8 RP)

Der Elektrohändler verschafft sich Lagemaße für seine Untersuchung.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 4)
- A Der Median berechnet sich zu  $x_z = 124,1$ .
  - B Das arithmetische Mittel beträgt ca.  $\bar{x} = 128,86$ .
  - C Auch das geometrische Mittel wäre hier ein sinnvolles Lagemaß.
  - D Der Elektrohändler verwendet nun Klassenhäufigkeiten und Klassenmitten zur Berechnung des arithmetischen Mittels. Er erhält  $\bar{x} = 127,5$ .
  - E (nicht markieren)

**Aufgabe 6** (5 RP)

Der Elektrohändler hat den Eindruck, dass die sofort ausgefallene Glühbirne seine Untersuchungen verfälscht. Er läßt diesen Ausreißer deshalb für seine Analyse weg.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Der neue Wert des Medians beträgt  $x_z = 124,1$ .
  - B Der neue Wert des arithmetischen Mittels beträgt ca.  $\bar{x} = 128,7$ .
  - C Der Wert des Medians ändert sich stärker als der des arithmetischen Mittels.
  - D Der Wert des arithmetischen Mittels ist in der Regel stärker von jeder einzelnen Beobachtung abhängig als der Wert des Medians.
  - E Die modale Klasse ändert sich.

**Aufgabenblock 7 - 8**

In einer Fußballliga wurde die Anzahl der Trainerentlassungen ( $X$ ) und die Zahl der Meisterschaftstitel ( $Y$ ) während der letzten 20 Jahre für 12 Vereine erhoben:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y											
0			1		2	1	1				
1			1		1			1			
2				1		1					
3			1								
4											
5					1						

**Aufgabe 7 (10 RP)**

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Das bedingte arithmetische Mittel  $\bar{x}$  für die Mannschaften mit höchstens einem Titel ist größer als dasjenige für Mannschaften mit zwei Titeln oder mehr.
  - B  $f(x \geq 4|y \leq 2) = f(y \leq 2|x \geq 4)$
  - C  $f(x \geq 4|y \leq 2) \geq f(x \geq 4)$
  - D  $f(x \geq 4|y \leq 2) = \frac{f(x \geq 4, y \leq 2)}{f(y \leq 2)}$
  - E  $f(y \leq 2|x \leq 2) = f(y \leq 2)$

**Aufgabe 8 (5 RP)**

Berechnen Sie für den gegebenen Datensatz den Korrelationskoeffizienten nach Pearson.

Welchen Wert erhalten Sie?

- (1 aus 5)
- A  $r = 0,184$ .
  - B  $r = -0,184$ .
  - C  $r = 0$ .
  - D  $r = -0,387$ .
  - E  $r = -0,082$ .

---

**Aufgabe 9 (10 RP)**

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Ist der Korrelationskoeffizient nach Pearson gleich 0, so liegt demnach kein Zusammenhang zwischen den Merkmalen vor.
  - B Der Korrelationskoeffizient nach Pearson misst lineare Zusammenhänge zwischen quantitativen Merkmalen.
  - C Der Korrelationskoeffizient nach Pearson ist gleich 0, wenn alle Beobachtungen auf einer Geraden liegen.
  - D Bei Vorliegen eines quadratischen Zusammenhangs ist der Pearsonsche Korrelationskoeffizient im allgemeinen kein geeignetes Maß für die Stärke des Zusammenhangs.
  - E Der Korrelationskoeffizient nach Pearson ist auch die geeignete Maßzahl, wenn eines der Merkmale ordinales Messniveau besitzt.
-

### Aufgabe 10 (10 RP)

Im Verlaufe eines Jahres wurden jeweils zum Ende jedes Monats die Lagerbestände eines bestimmten Artikels festgehalten:

$t$ (Monat)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$x_t$ (Stück)	115	111	103	98	94	87	65	57	49	45	44	33

Der Lagerverwalter wendet die Methode der exponentiellen Glättung 1. Ordnung an. Für  $t = 1$  setzt er  $\hat{x}_1 = 115$  an. Welchen Prognosewert für den Lagerbestand (gerundet) erhält er für Ende Januar des folgenden Jahres, wenn er den Parameter  $\alpha = 0,5$  wählt?

- (1 aus 5)
- A 22 Stück
  - B 27 Stück
  - C 40 Stück
  - D 14 Stück
  - E 31 Stück

### Aufgabenblock 11 - 12

Der Unternehmer verkauft ein Produkt, das er entweder aus Rohstoffen selbst herstellen, aus Halbfertigprodukten fertigen oder von einem anderen Unternehmer fremdbeziehen kann. Er machte von den drei Möglichkeiten in den Jahren 2005 und 2006 wie folgt Gebrauch:

Jahr	Produktion aus Rohstoffen	Produktion aus Halbfertigprodukt	Fremdbezug
2005	1.000	500	500 (in Stück)
2006	1.500	1.000	1.500 (in Stück)

Für die Produktionsarten hatte er die folgenden Gesamtkosten:

Jahr	Produktion aus Rohstoffen	Produktion aus Halbfertigprodukt	Fremdbezug
2005	10.000	6000	10.000 (in €)
2006	15.000	18.000	33.000 (in €)

**Aufgabe 11 (5 RP)**

Berechnen Sie den Mengenindex nach Paasche für 2006 zur Basis 2005.

Welchen Wert erhalten Sie?

- (1 aus 5)
- A 126,92
  - B 253,85
  - C 220,00
  - D 148,74
  - E 111,25

**Aufgabe 12 (5 RP)**

Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres für 2006 zur Basis 2005.

Welchen Wert erhalten Sie?

- (1 aus 5)
- A 225,00
  - B 253,85
  - C 108,21
  - D 148,74
  - E 115,38

**Aufgabe 13 (5 RP)**

In einer Stadt gibt es 10 ortsansässige Banken. In der folgenden Tabelle sind die Spareinlagen bei den jeweiligen Banken verzeichnet.

Bank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Spareinlagen (in 1.000 €)	1.500	2.000	30.000	1.200	1.800	5.000	3.600	12.000	2.500	9.000

Berechnen Sie das normierte Lorenzsche Konzentrationsmaß für die Spareinlagen.

- (1 aus 5)
- A 0,552
  - B 0,839
  - C 0,613
  - D 0,497
  - E 0,024



---

**Aufgabe 14 (8 RP)**

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 4)
- A Liegt keine Konzentration vor, so fällt die Lorenzkurve mit der Diagonalen zusammen.
  - B Bei vollständiger Konzentration ist das Zweifache der Fläche zwischen Lorenzkurve und der Diagonalen gerade gleich eins.
  - C Die Lorenzkurve kann für zunehmendes  $F(x_j)$  nur steiler werden.
  - D Ein Punkt  $(F(x_k); g(x_k))$  auf der Lorenzkurve gibt an, dass auf  $F(x_k) \times 100\%$  der Beobachtungen  $g(x_k) \times 100\%$  der beobachteten Merkmalssumme entfallen.
  - E (nicht markieren)
- 

**Aufgabe 14 war die letzte Aufgabe**