

# Grundlagen der Statistik

## Übung 15

---

## **Übersicht über die mit den Übungsaufgaben geprüften Lehrzielgruppen**

Lehrzielgruppe 1: Grundbegriffe der Testtheorie  
Aufgaben: 1 - 4

Lehrzielgruppe 2: Spezielle Testverfahren  
Aufgaben: 5 - 8, 41 - 43

---

**Aufgabe 1** (10 RP)

In welchen der folgenden Fälle ist zur Überprüfung der Aussage eine zweiseitige Nullhypothese sinnvoll?

- (x aus 5)
- A Eine neu entwickelte Maschine ist besser als das Vorgängermodell.
  - B Der durchschnittliche Kraftstoffverbrauch eines Pkw ist vom Hersteller richtig angegeben worden.
  - C Maßnahmen der Bundesbank haben keinen Einfluß auf die Entwicklung des Dollarkurses.
  - D Das mittlere Füllgewicht einer Abfüllanlage beträgt 500 g.
  - E Zwei gestellte Klausuren sind gleich schwer.
- 

**Aufgabe 2** (10 RP)

Welche der folgenden Punkte sind zu beachten bei einer korrekten Aufstellung der Hypothesen eines Tests bzw. bei der Interpretation eines Testergebnisses?

- (x aus 5)
- A Die nachzuweisende Behauptung muß als Nullhypothese formuliert werden.
  - B Die Alternativhypothese ist stets das logische Gegenteil der Nullhypothese.
  - C Bei einer Entscheidung für die Nullhypothese kann diese Hypothese als statistisch gesichert angesehen werden. In diesem Falle ist die Irrtumswahrscheinlichkeit nicht größer als das Signifikanzniveau  $\alpha$ .
  - D Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art kann in vielen Fällen sehr groß sein.
  - E Eine Verringerung des Signifikanzniveaus hat keinen Einfluß auf einen möglichen Fehler zweiter Art.
- 

**Aufgabe 3** (10 RP)

Welche Aussagen über einen statistischen Test einer Hypothese über den Parameter  $\mu$  einer normalverteilten Grundgesamtheit sind richtig?

- (x aus 5)
- A Das Signifikanzniveau  $\alpha$  gibt die Wahrscheinlichkeit für die Ablehnung der Nullhypothese an.
  - B Durch eine Nichtablehnung von  $H_0$  ist die Alternativhypothese  $H_1$  statistisch widerlegt.
  - C Bei einem zweiseitigen Testproblem ist der Annahmehereich stets symmetrisch.
  - D Der Fehler zweiter Art kann durch Erhöhen des Stichprobenumfangs für alle  $\mu$  der Alternative durch den Wert 0,5 beschränkt werden.
  - E Keine der Aussagen A - D trifft zu.
-

**Aufgabe 4** (10 RP)

Gegeben seien die folgenden Werte: 4,5; 4; -0,5; 1; 3; 2; 5. Es handelt sich dabei um Realisationen von unabhängigen, normalverteilten Zufallsvariablen mit Varianz  $\sigma^2 = 10$ . Getestet werden soll die Nullhypothese  $H_0: \mu_0 = 1$  zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,05$ .

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Es handelt sich um ein einseitiges Testproblem.
  - B Der Annahmehereich ist  $[-0,97; 2,97]$ .
  - C Die Teststatistik  $\bar{X}$  besitzt den Wert 2,71.
  - D Da  $\bar{X}$  in den Annahmehereich fällt, ist  $H_0$  signifikant nachgewiesen.
  - E Keine der Aussagen A - D ist richtig.
- 

**Aufgabe 5** (10 RP)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Der Vorzeichentest dient zur Prüfung der Nullhypothese, dass zwei Grundgesamtheiten unterschiedliche Verteilungen besitzen.
  - B Beim Vorzeichentest ist die Teststatistik binomial verteilt.
  - C Der Vorzeichentest kann bei ordinalskalierten Merkmalen verwendet werden.
  - D Der Vorzeichen-Rang-Test kann nur bei normalverteilten Merkmalen verwendet werden.
  - E Die Teststatistik des Vorzeichen-Rang-Tests ist unter  $H_0$  hypergeometrisch verteilt.
-

**Aufgabe 6** (10 RP)

Es soll überprüft werden, ob bei doppelverdienenden Ehepaaren der Verdienst des Mannes und der Frau die gleiche Verteilung besitzen. Darum wurden  $n = 10$  Paare ausgewählt und folgende Daten ermittelt.

Paar $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Verdienst des Mannes $X_i$	2.900	2.700	2.300	2.500	4.400	3.500	3.200	3.100	2.600	2.200
Verdienst der Frau $Y_i$	1.700	2.200	2.100	2.700	1.800	2.700	2.800	1.700	2.900	2.000

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Vorzeichentest und Vorzeichen-Rang-Test sind beide geeignet.
  - B Die Voraussetzungen des Vorzeichen-Rang-Tests sind nicht erfüllt.
  - C Der Vorzeichentest lehnt die Nullhypothese der Gleichheit der Verteilungen zum Niveau  $\alpha = 0,05$  ab.
  - D Der Vorzeichen-Rang-Test lehnt die Nullhypothese der Gleichheit der Verteilungen zum Niveau  $\alpha = 0,05$  ab.
  - E Die gegebene Problemstellung könnte auch durch einen Test auf Unabhängigkeit der Merkmale Verdienst und Geschlecht auf der Basis von 20 Beobachtungen untersucht werden.

**Aufgabe 7** (10 RP)

Ein Spieler vermutet, dass von 3 Münzen, mit denen er spielt, mindestens eine gefälscht ist. Um zu überprüfen, ob ideale Münzen vorliegen, wirft er 160 mal die 3 Münzen und erhält folgende Verteilung für „Zahl“.

Anzahl „Zahl“	0	1	2	3
beobachtete Anzahl	20	50	60	30

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Wenn es sich um ideale Münzen handelt, liegt eine Binomialverteilung vor.
  - B Die Fragestellung, ob es sich um ideale Münzen handelt, kann mittels des  $\chi^2$  – Unabhängigkeitstests überprüft werden.
  - C Bei der Überprüfung der Fragestellung, ob es sich um ideale Münzen handelt, beträgt die passende Prüfgröße 6,67 ( $\alpha = 0,05$ ).
  - D Es handelt sich um gefälschte Münzen ( $\alpha = 0,05$ ).
  - E Keine der Aussagen A – D sind richtig.



**Aufgabe 42** (10 RP)

Ein Restaurantbesitzer möchte seinen Kartoffellieferanten wechseln. Bauer A und Bauer B behaupten, dass ihre 50 kg Kartoffelsäcke die gewünschte Standardabweichung aufweisen. Dazu nimmt der Restaurantbesitzer jedem Bauer

41 Säcke Kartoffeln ab. Es ergeben sich die Standardabweichungen  $S_A = 1,5$  und  $S_B = 1,8$ . Stimmt die Behauptung, dass beide Standardabweichungen übereinstimmen ( $H_0 : \delta_A = \delta_B$   $\alpha = 0,02$ )?

Bestimmen Sie  $k = (10 - c_0 - c_u)$ , wenn die Nullhypothese abgelehnt wird und  $k = (10 + c_0 + c_u)$ , wenn die Nullhypothese nicht abgelehnt wird.

(numerisch)  $k =$ 

--	--	--	--	--	--	--

 (3 Nachkommastellen)

**Aufgabe 43** (10 RP)

Ein Losverkäufer behauptet, in seiner Lostrommel, die 1000 Lose enthält, sei mindestens jedes 5. Los ein Gewinn. Herr Müller kauft daraufhin 20 Lose und stellt 3 Gewinne fest. Ist damit die Behauptung des Losverkäufers statistisch widerlegt ( $H_0 : \theta \geq 0,2$ ,  $\alpha = 0,1$ )?

Lehnen Sie die Nullhypothese ab, so bestimmen Sie  $k = (10 - c_u)$ . Kann  $H_0$  nicht abgelehnt werden, so geben Sie  $k = (10 + c_u)$  an.

(numerisch)  $k =$ 

--	--	--	--	--	--	--

 (3 Nachkommastellen)

**Aufgabe 43 war die letzte Aufgabe**