

Grundlagen der Statistik

Übung 11

Übersicht über die mit den Übungsaufgaben geprüften Lehrzielgruppen

Lehrzielgruppe 1: Schließende Statistik und Stichprobenverfahren
Aufgabe: 3

Lehrzielgruppe 2: Einfache Schätzverfahren
Aufgaben: 1, 2 und 4 - 7

Aufgabe 1 (15 RP)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Eine erwartungstreue Schätzfunktion besitzt auch die Eigenschaft der Effizienz; eine effiziente Schätzfunktion muß dagegen nicht erwartungstreu sein.
 - B $\tilde{X} := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$ ist eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariablen X .
 - C Eine Schätzfunktion für den Parameter q ist erwartungstreu, wenn der Schätzfehler immer den Wert 0 hat.
 - D $\frac{1}{2}(X_1 + X_n)$ ist erwartungstreu für μ .
 - E Keine der Aussagen A - D ist richtig.
-

Aufgabe 2 (15 RP)Welche der folgenden Aussagen über ein 95%-Konfidenzintervall $(\mu_u; \mu_0)$ für den Mittelwert μ eines Merkmals X sind richtig?

- (x aus 5)
- A Die festen Grenzen des Konfidenzintervalls werden von der Zufallsvariablen μ (Mittelwert des Merkmals) mit der Wahrscheinlichkeit 0,05 überschritten.
 - B Der unbekannte Mittelwert des Merkmals X kann durchaus außerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls liegen.
 - C Die Merkmalswerte von X liegen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 innerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls.
 - D Die Anzahl der Merkmalswerte, die in diesem 95%-Konfidenzintervall liegen, ist kleiner oder gleich der Anzahl der Werte im entsprechenden 99%-Konfidenzintervall.
 - E Keine der Aussagen A - D ist richtig.
-

Aufgabe 3 (15 RP)

Ein Fernstudent hat aus der Zufallszahlentabelle des Statistikkurses folgende Zahlen entnommen: 1761, 2305, 1332, 6659. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Da der Student die ersten Zufallszahlen der Tabelle benutzt hat, handelt es sich nicht um eine Zufallsauswahl.
 - B Unser Fernstudent hat die Zahlen fortlaufend abgelesen, folglich führt diese Vorgehensweise zu einer systematischen Stichprobe.
 - C Bildet der Student aus den obigen 4-stelligen Zufallszahlen eine Stichprobe aus einstelligen Zufallszahlen, so handelt es sich um eine Stichprobe ohne Zurücklegen.
 - D Der Student will aus 60 Kommilitonen, deren Studentenausweise von 1 bis 60 durchnummeriert sind, unter Benutzung der obigen Zufallszahlen sechs auswählen. Die richtigen Zahlen lauten: 17, 23, 5, 13, 32, 59.
 - E Keine der Aussagen A - D ist richtig.
-

Aufgabe 4 (15 RP)

In einer Kleinstadt mit 10.000 Haushalten wird eine Untersuchung der Einkommensverhältnisse durchgeführt. Eine einfache Zufallsstichprobe aus 100 Haushalten ergibt ein Durchschnittseinkommen je Haushalt von $\bar{x} = 2.000,-$ € und eine Varianz von $s^2 = 1600$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das wahre Durchschnittseinkommen μ der Haushalte von dem Intervall [1989, 496; 2010, 504] überdeckt wird. Welchen Wert erhalten Sie?

- (1 aus 5)
- A 0,90
 - B 0,95
 - C 0,98
 - D 0,99
 - E 0,998.
-

Aufgabe 5 (15 RP)

Bei einer Schätzung des durchschnittlich verfügbaren Einkommens von Haushalten in einer Großstadt erhielt man bei der Vorgabe eines Konfidenzniveaus $1 - \alpha = 0,95$ das folgende konkrete Konfidenzintervall: [2650 €; 4550 €]. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- (x aus 5)
- A Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der unbekannte Mittelwert der Grundgesamtheit im angegebenen Intervall liegt, beträgt 0,05.
 - B Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der unbekannte Mittelwert der Grundgesamtheit im angegebenen Intervall liegt, beträgt 0,95.
 - C Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der unbekannte Mittelwert der Grundgesamtheit im angegebenen Intervall liegt, beträgt 0,975.
 - D Nach Realisation der zufälligen Grenzen des Konfidenzintervalls sind Wahrscheinlichkeitsaussagen bez. einer Überdeckung des wahren Parameters nicht mehr möglich.
 - E Keine der Aussagen A – D ist richtig.
-

Aufgabe 6 (10 RP)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Ein Konfidenzintervall ist bestimmt durch ein Paar von Zufallsvariablen.
 - B Die Breite eines Konfidenzintervalls fällt wesentlich bei Erhöhung des Konfidenzniveaus $1 - \alpha$.
 - C Mit der Wahrscheinlichkeit α realisiert sich der unbekannte Parameter außerhalb des Konfidenzintervalls zum Niveau $1 - \alpha$.
 - D Eine Schätzfunktion sei erwartungstreu für den Parameter q . Dann liegt sie in der Mitte des zugehörigen Konfidenzintervalls für den Parameter q .
 - E Der Erwartungswert einer erwartungstreuen Schätzfunktion liefert als Schätzwert stets den Wert des unbekanntes zu schätzenden Parameters.
-

Aufgabe 7 (15 RP)

Die Gewichte der Eier von Hühnerrassen seien näherungsweise normalverteilt, wobei sich durch empirische Untersuchungen ergeben hat, dass die Standardabweichung der Eiergewichte einer Rasse von dem mittleren Eiergewicht der jeweiligen Rasse abhängt, und zwar derart, dass gilt: $\mu = \sigma$. Leiten Sie unter Ausnutzung dieser Vorinformation einen ML-Schätzer für das mittlere Eiergewicht einer bestimmten Rasse her, wenn Sie zufällig n Eier der betreffenden Rasse gewogen haben. Welchen ML-Schätzer erhalten Sie?

- (1 aus 5)
- A $\hat{\mu} = \bar{X}$
- B $\hat{\mu} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n-1}{n} S^2} + \bar{X} + \frac{1}{2} \bar{X}$
- C $\hat{\mu} = S^2$
- D $\hat{\mu} = \sqrt{\frac{n-1}{n} S^2 + \frac{5}{4} \bar{X}^2} - \frac{1}{2} \bar{X}$
- E $\hat{\mu} = \left(\bar{X} + \frac{n-1}{n} S^2 \right) \times \frac{1}{2}$

Aufgabe 7 war die letzte Aufgabe