



FERNUNIVERSITÄT IN HAGEN
FAKULTÄT
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre,
insb. Quantitative Methoden
und Wirtschaftsmathematik

Univ.-Prof. Dr. A. Kleine

Lehrstuhl für Angewandte Statistik
und Methoden der empirischen Sozialforschung

Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Übungsklausur: Modul 32741
Vertiefung der Wirtschaftsmathematik und Statistik
(Teil Statistik)

Termin:

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. A. Kleine/Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Hinweise zur Bearbeitung der Modulklausur 32741

1. Tragen Sie zunächst für **beide Klausurteile (Mathematik und Statistik)** sowohl auf das Deckblatt der Teilklausur als auch auf das Deckblatt der Lösungsbogen Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein!
2. Es können insgesamt 100 Punkte erreicht werden. Bei Erreichen von 50 Punkten ist die Klausur bestanden. **Bitte kontrollieren Sie sofort, ob Sie ein vollständiges Klausurexemplar erhalten haben.**
3. Für **beide Klausurteile** ist die Benutzung von Taschenrechnern nur gestattet, wenn das betreffende Modell
 - nicht programmierbar ist,
 - keine Texte oder Formeln speichern kann,
 - nicht drahtlos mit anderen Geräten kommunizieren kann,
 - über keine alphanumerische Tastatur verfügt,
 - kein grafisches Display (z.B. zur Darstellung von Funktionsgraphen) besitzt.

Für den **Klausurteil Statistik** ist das Kursmaterial ggf. mit Unterstreichungen, farblichen Markierungen und/oder Aufklebern, aber ohne zusätzliche Eintragungen, als Hilfsmaterial zugelassen. Als Kursmaterial gelten lediglich Lehrtexte, nicht jedoch alte Klausuren, Einsendearbeiten oder Musterlösungen.

4. Bitte benutzen Sie für Ihre Rechnungen nur die beigelegten Lösungsbogen und tragen Sie dort Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Für den **Klausurteil Statistik** müssen die Lösungen in die entsprechenden Kästchen auf dem Lösungsbogen eingetragen werden. Für jede Antwort, jedes Ergebnis und jede Begründung bzw. Interpretation ist auf dem Lösungsbogen ein entsprechendes Kästchen zum Eintrag vorgesehen. Achten Sie auf eindeutige Eintragungen. Nicht eindeutige Eintragungen können nicht bewertet werden.

5. Wenn Sie einzelne Blätter der Teilklausuren voneinander trennen, legen Sie bitte am Ende der Klausur die Blätter wieder zusammen.
6. Vergessen Sie nicht, **beide** Teilklausuren auf der letzten bearbeiteten Seite zu **unterschreiben**.

Viel Erfolg!

Name, Vorname

--	--	--	--	--	--	--

Matrikelnummer



**Übungsklausur des Moduls 32741
Kurs 42221: Vertiefung der Statistik**

Datum

Punkte

Termin:

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Aufgabe 1 (9 Punkte)**1.1** (3 Punkt)

Geben Sie drei wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen an.

1.2 (3 Punkte)

Vervollständigen Sie folgende Aussagen über Konfidenzintervalle für μ bei normalverteilter Grundgesamtheit und bekannter Varianz. Gegeben sei ein Konfidenzintervall zum Niveau 95% mit $N=50$ und $\sigma = 2$.

1. Verändert sich nur der Wert von σ zu $\sigma = 4$, so liegt ein Konfidenzintervall mit ?-facher Länge vor.
2. Verändert sich nur der Wert von N zu $N = 200$, so liegt ein Konfidenzintervall mit ?-facher Länge vor.
3. Verändert sich nur der Wert von α zu $\alpha = 0.01$, desto ? (länger/kürzer) ist das Konfidenzintervall.

1.3 (3 Punkte)

Geben Sie mit den Werten

$$s = 2.5 \quad N = 30 \quad \alpha = 0.01$$

zunächst die verwendeten Quantile und anschließend das zweiseitige Konfidenzintervall für die Varianz σ^2 bei normalverteilter Grundgesamtheit an.

Aufgabe 2

(13 Punkte)

In zwei handwerklichen Betrieben werden die Lehrlinge mit unterschiedlichen Methoden ausgebildet. Um Unterschiede festzustellen, müssen die Lehrlinge ein bestimmtes Lehrstück anfertigen. Die dazu benötigten Anfertigungszeiten sind in nachstehender Tabelle enthalten (H_0 : „Beide Betriebe weisen gleiche Anfertigungszeiten auf“, $\alpha = 0.1$, Vorsicht: in der Tabelle sind die kritischen Werte für einseitige Tests angegeben).

X_i	270	291	276	469	729	392	
Y_i	702	471	399	1148	375	223	282

2.1

(7 Punkte)

Verwenden Sie einen nichtparametrischen Test, um festzustellen, ob die Betriebe unterschiedliche Anfertigungszeiten aufweisen.

- Welchen nichtparametrischen Test verwenden Sie?
- Geben Sie die Prüfgröße an.
- Geben Sie den unteren kritischen Wert an.
- Geben Sie den oberen kritischen Wert an.
- Lehnen Sie die Nullhypothese, es besteht kein Unterschied, ab?
- Bestimmen Sie den Erwartungswert der Prüfgröße.
- Bestimmen Sie die Varianz der Prüfgröße.

2.2

(3 Punkte)

Verwenden Sie nun mit den Ergebnissen aus 2.1 den asymptotischen Test. Dabei wird außeracht gelassen, dass die Stichprobenumfänge zu gering sind.

- Geben sie die Quantile der asymptotischen Verteilung an.
- Geben Sie die Prüfgröße an.
- Lehnen Sie die Nullhypothese, es besteht kein Unterschied, ab?

2.3

(3 Punkte)

Erläutern Sie kurz welches Problem auftritt, wenn beide Stichproben abhängig sind und geben Sie eine Lösung des Problems an.

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Zwei Kunstkritiker beurteilen jeweils dieselben Bilder. Untersucht werden soll die Übereinstimmung der Kritiker.

		Kritiker A			Σ
		gut	mittel	schlecht	
Kritiker B	gut	53	5	2	60
	mittel	11	14	5	30
	schlecht	1	6	3	10
Σ		65	25	10	100

3.1

(2 Punkte)

Geben Sie die Hypothese in Tabellenform an (Hinweis: A priori-Regel).

3.2

(3 Punkte)

Geben Sie die Unabhängigkeitstafel an.

3.3

(5 Punkte)

Der Chi-Quadrat-Wert beträgt 38.5845. Geben Sie den Kontingenzkoeffizienten an und berechnen Sie den Koeffizienten Cohen Kappa.

3.4

(5 Punkte)

Was wird mit dem Kontingenzkoeffizienten und den Koeffizienten Cohen Kappa geprüft? Interpretieren Sie die Werte aus 3.3.

Aufgabe 4

(7 Punkte)

Zugrundegelegt wird der Datensatz `main2.xls.sav`. Betrachtet wird das Regressionsmodell

$$\text{Zufried}U_n = \alpha + \beta * \text{Filial}U_n + \epsilon_n$$

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,502 ^a	,252	,250	,86998

a. Predictors: (Constant), FilialU

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	-,013	,047		-,287	,774	-,105	,078
	FilialU	,500	,046	,502	10,839	,000	,409	,590

a. Dependent Variable: ZufriedU

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	88,925	1	88,925	117,491	,000 ^a
	Residual	263,391	348	,757		
	Total	352,316	349			

a. Predictors: (Constant), FilialU

b. Dependent Variable: ZufriedU

4.1

(2 Punkte)

Zeigen Sie mit den obigen Werten, dass die Streuungszerlegung gilt.

4.2

(2 Punkte)

Geben Sie mittels des Outputs die Schätzfunktion an.

4.3

(3 Punkte)

Geben Sie das Bestimmtheitsmaß an und interpretieren Sie es.

Aufgabe 5

(6 Punkte)

Zugrundegelegt wird das Regressionsmodell $Y_n = \alpha + \beta X_n + \epsilon_n$, $1 \leq n \leq N$, mit den üblichen Annahmen. Leiten Sie die KQ-Schätzer

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} \\ \hat{\beta} &= \frac{\sum_n X_n Y_n - N\bar{X}\bar{Y}}{\sum_n X_n^2 - N\bar{X}^2}\end{aligned}$$

her, in dem sie $S(\alpha, \beta) = \sum_n (Y_n - \alpha - \beta X_n)^2$ minimieren.

LÖSUNGSBOGEN 42221

--	--	--	--	--	--	--	--

Klausur: Kurs 42221

Vertiefung der Statistik

Termin:

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5				Summe
maximale Punktzahl	9	13	15	7	6				50
erreichte Punktzahl									

Datum:

Unterschrift des Prüfers:

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 1

(9 Punkte)

1.1

(3 Punkte)

1.

2.

3.

1.2

(3 Punkte)

1.

2.

3.

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

1.3

(3 Punkte)

untere Quantil

obere Quantil

KI

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 2

(10 Punkte)

2.1

(7 Punkte)

Test

Prüfgröße

unterer kritischer Wert

oberer kritischer Wert

Ablehnung H_0

Erwartungswert

Varianz

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

2.2

(3 Punkte)

Quantil

Prüfgröße

Ablehnung H_0

2.3

(3 Punkte)

Punkte

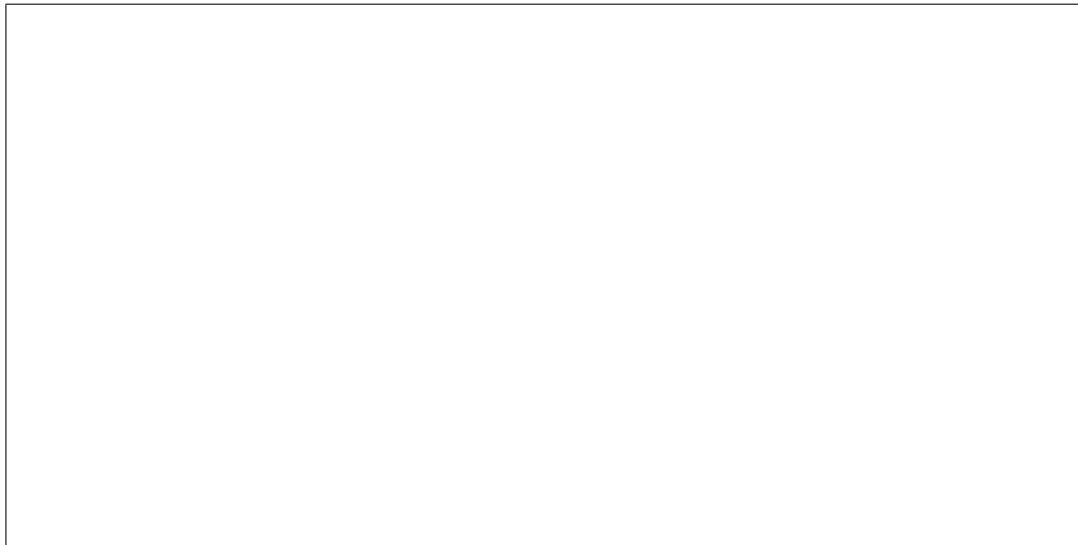
--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3

(15 Punkte)

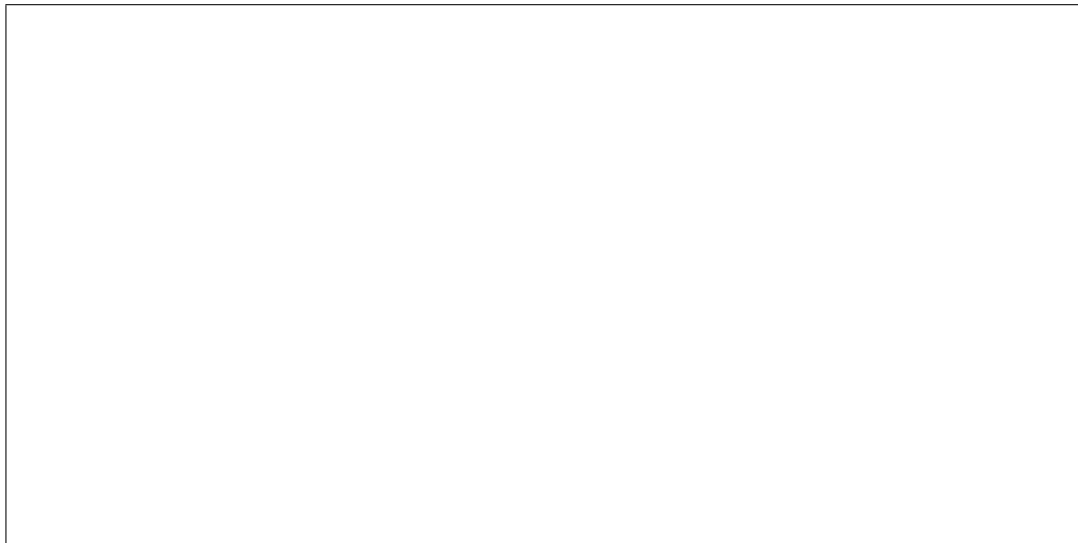
3.1

(2 Punkte)



3.2

(3 Punkte)



Punkte 

--	--	--	--	--	--	--	--

3.3

(4 Punkte)

Kontingenzkoeffizient

Cohen Kappa

3.4

(4 Punkte)

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 4

(7 Punkte)

4.1

(2 Punkte)

4.2

(2 Punkte)

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

4.3

(2 Punkte)

Bestimmtheitsmaß

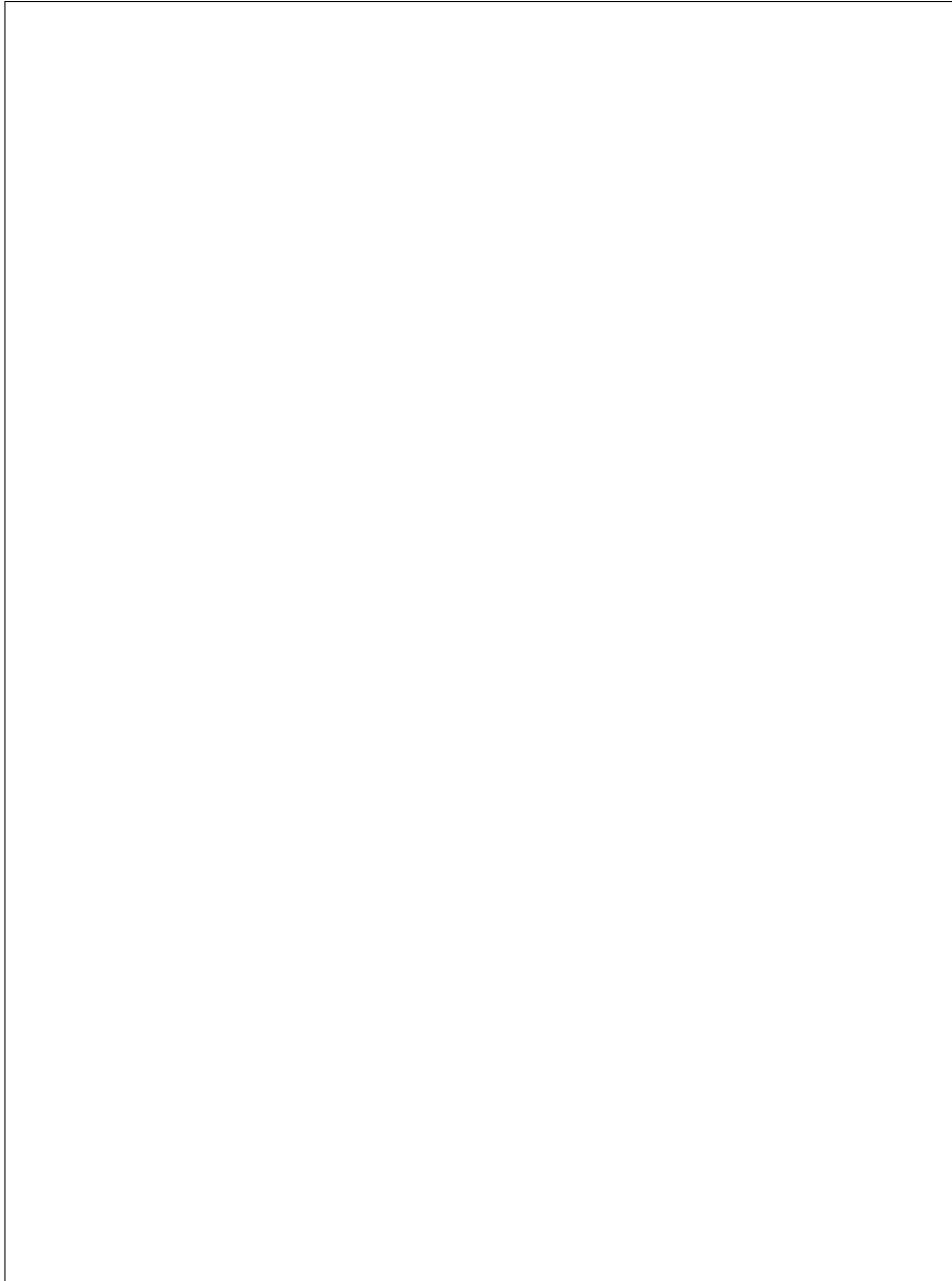
Interpretation

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 5

(6 Punkte)



Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

Lösungen

Klausur: Kurs 42221

Vertiefung der Statistik

Termin:

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5				Summe
maximale Punktzahl	9	13	15	7	6				50
erreichte Punktzahl									

Datum:

Unterschrift des Prüfers:

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 1

(9 Punkte)

1.1

(3 Punkte)

Erwartungstreue

Effizienz

Konsistenz

1.2

(3 Punkte)

1.

2-facher

2.

0.5-facher

3.

länger

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

1.3

(3 Punkte)

untere Quantil

$$\chi^2(0.005, 29) = 13.121$$

obere Quantil

$$\chi^2(0.995, 29) = 52.335$$

KI

$$[3.463; 13.814]$$

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 2

(13 Punkte)

2.1

(7 Punkte)

Test	Wilcoxon-Rangsummen-Test
Prüfgröße	38
unterer kritischer Wert	30
oberer kritischer Wert	54
Ablehnung H_0	Nein
Erwartungswert	42
Varianz	49

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

2.2

(3 Punkte)

Quantile

-1.65,+1.65

Prüfgröße

$(38-42)/7=-0.57$

Ablehnung H_0

nein

2.3

(3 Punkte)

Bei abhängigen Stichproben ist in der Varianz der Mittelwertsdifferenz der Kovarianzterm enthalten. Durch Messwiederholungen kann das Problem gelöst werden. Dabei werden die Differenzen der Messwiederholungen betrachtet, so dass die direkte Berechnung des Kovarianzterms nicht benötigt wird.

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3

(15 Punkte)

3.1

(2 Punkte)

Hypothese			
	1	2	3
1	1	1	0
2	0	1	0
3	0	0	1

3.2

(3 Punkte)

Unabhängigkeitstafel $f_{i \cdot} \cdot f_{\cdot j}$			
	1	2	3
1	0.39	0.15	0.06
2	0.195	0.075	0.03
3	0.065	0.025	0.01

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

3.3

(5 Punkte)

Kontingenzkoeffizient

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + 100}} = 0.53$$

Cohen Kappa

$$\kappa = \frac{G(+)-G(-)}{1-G(-)} = \frac{0.7-0.475}{1-0.475} = 0.429$$

3.4

(5 Punkte)

Der Kontingenzkoeffizient prüft die Unabhängigkeit, während hier Cohen κ eine Masszahl der Übereinstimmung zwischen den beiden Kritikern angibt. Der Wert des Kontingenzkoeffizienten deutet auf einen mittleren Zusammenhang hin. Ziel von κ ist es, den Anteil der rein zufälligen Übereinstimmungen aus dem Anteil der beobachteten Übereinstimmungen „herauszurechnen“. Je größer κ ist, desto größer ist die Übereinstimmung. Hier liegt eine mittelmäßige Übereinstimmung vor.

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 4

(7 Punkte)

4.1

(2 Punkte)

$$352.316 = 88.925 + 263.391$$

4.2

(2 Punkte)

$$\hat{y} = -0.013 + 0.5x$$

4.3

(2 Punkte)

Bestimmtheitsmaß

0.252

Interpretation

Das Bestimmtheitsmaß gibt an, dass 25.2% der Streuung durch X erklärt wird.

Punkte

Aufgabe 5

(6 Punkte)

$$\begin{aligned}\frac{\partial S(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= \sum_{n=1}^N 2(Y_n - \alpha - \beta X_n) \cdot (-1), \\ \frac{\partial S(\alpha, \beta)}{\partial \beta} &= \sum_{n=1}^N 2(Y_n - \alpha - \beta X_n) \cdot (-X_n). \\ \sum_{n=1}^N Y_n &= N\alpha + \beta \sum_{n=1}^N X_n \\ \sum_{n=1}^N Y_n X_n &= \alpha \sum_{n=1}^N X_n + \beta \sum_{n=1}^N X_n^2\end{aligned}$$

Durch Nullsetzen der Ableitungen ergibt sich

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}$$

Einsetzen in die zweite Gleichung ergibt

$$\begin{aligned}- \sum_n X_n Y_n + \bar{Y} \sum_n X_n - \hat{\beta} \bar{X} \sum_n X_n + \hat{\beta} \sum_n X_n^2 &= 0 \\ \hat{\beta} &= \frac{\sum_n X_n Y_n - N \bar{X} \bar{Y}}{\sum_n X_n^2 - N \bar{X}^2}\end{aligned}$$

Punkte

