

# Vorwort

Obwohl jeder schon in der Grundschule die ersten Algorithmen kennen lernt, nämlich die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division im Zehnersystem, ist der Begriff „Algorithmus“ kein Allgemeingut, und Mathematik wird in den weiterführenden Schulen und oft auch an Hochschulen wenig aus algorithmischer Sichtweise betrachtet. In den Anfangszeiten der Informatikausbildung wurde Mathematik vor allem aus klassischer Grundlagensicht gelehrt, die Algorithmenausbildung als Teil der Theoretischen Informatik betrachtet. In letzter Zeit ist allerdings der Anteil der Mathematik und der Theoretischen Informatik in der Informatikausbildung deutlich zurückgegangen. Ursache ist einerseits die zunehmende Bedeutung des Engineering in der Softwareentwicklung und andererseits die Verkürzung der Grundlagenausbildung im Rahmen des Bolognaprozesses.

Mit diesem Buch wollen wir verschiedene Teilgebiete der Mathematik aus algorithmischer Perspektive vorstellen und dabei auch Implementierungs- und Laufzeitaspekte diskutieren. Gleichzeitig möchten wir, bei einer verkürzten Grundausbildung in Mathematik in naturwissenschaftlichen und informatischen Studiengängen, möglichst viele Teilaspekte der Mathematik vorstellen und vielleicht zu einer vertiefenden Beschäftigung mit dem einen oder anderen Aspekt anregen. Unser Ziel ist es dabei nicht, den Leser zu einem versierten Anwender der besprochenen Algorithmen auszubilden, sondern wir wollen, immer ausgehend von konkreten Problemen, Analyse- und Lösungsstrategien in den Mittelpunkt stellen. Hierbei spielen insbesondere Beweise und Beweistechniken eine zentrale Rolle.

Bevor wir uns konkreten algorithmischen Fragestellungen zuwenden, widmen wir uns der Kombinatorik und dem elementaren Abzählen. Hier kann man, ohne ausgefeiltes Theoriegebäude, sehr schön mathematische Argumentations- und Schlussweisen vorstellen und etwa darlegen, wie man längere Rechnungen durch geschickte Argumentation vermeiden kann. Gleichzeitig dient dieses Kapitel auch der Vorbereitung von Abschätzungen und Laufzeitanalysen.

In den nächsten beiden Kapiteln stellen wir einige algorithmische Probleme auf Graphen und Digraphen vor. Wir diskutieren Baumsuche, Valenzsequenzen, Eulertouren, minimale aufspannende Bäume, das Isomorphieproblem bei Bäumen, maximale bipartite Matchings und stabile Hochzeiten. Bei der Auswahl haben wir uns eher an der Breite der angesprochenen Themen als an der Relevanz der Aufgabenstellungen orientiert.

Mit dem folgenden Kapitel verlassen wir die diskrete Mathematik und wollen zunächst Problembewusstsein für die Schwierigkeiten beim Rechnen mit Fließkommazahlen wecken. Wir stellen beispielhaft Auslöschung und Fehlerfortpflanzung vor. Daneben diskutieren wir Grundalgorithmen der Linearen Algebra, wie  $LU$ -Zerlegung und Choleskyfaktorisierung aus numerischer Sicht.

Die Kapitel 6 und 7 sind der Nichtlinearen Optimierung als algorithmischer Anwendung der Analysis gewidmet. In dem ersten dieser beiden Kapitel diskutieren wir vor allem notwendige und hinreichende Bedingungen für Extremwerte. Einen Beweis für die Lagrangebedingungen oder der Kuhn-Tucker-Bedingungen müssen wir im Rahmen dieses Buches schuldig bleiben, da wir den dafür benötigten „Satz über implizit definierte Funktionen“ nicht voraussetzen wollen. Statt dessen versuchen wir, die Aussagen anschaulich geometrisch plausibel zu machen. Die geometrische Sichtweise halten wir auch bei der Diskussion numerischer Verfahren zur Lösung von nichtlinearen Optimierungsproblemen in Kapitel 7 bei. Schlüsselwörter sind hier Abstiegsrichtung und Schrittweite.

Das abschließende Kapitel zur Linearen Optimierung haben wir hinten angestellt, da wir den Dualitätssatz der Linearen Optimierung aus den Kuhn-Tucker Bedingungen ableiten. Darüber hinaus diskutieren wir den Simplexalgorithmus aus geometrischer Sicht und wie sich die geometrischen Ideen effizient im Tableau umsetzen lassen.

Wir setzen an einigen Stellen Kenntnisse in Linearer Algebra und Analysis voraus, wie sie in einführenden Büchern und Veranstaltungen der Mathematik für Ingenieure und Natur- oder Wirtschaftswissenschaftler vermittelt werden.

Dieses Buch ist aus einem Fernstudienkurs der FernUniversität in Hagen hervorgegangen, der Teil der mathematischen Grundausbildung in den Bachelorstudiengängen Informatik und Wirtschaftsinformatik im zweiten Semester ist, und den wir auch in der Lehrerfortbildung einsetzen.

Hagen, im September 2009

*Winfried Hochstättler*



<http://www.springer.com/978-3-642-05421-1>

Algorithmische Mathematik

Hochstättler, W.

2010, XIII, 298 S., Softcover

ISBN: 978-3-642-05421-1