

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Optimierung - Aufgabenstellung und Modellbildung	1
1.1	Erste Beispiele	2
1.1.1	Ein Diätproblem	2
1.1.2	Gier ist nicht immer gut	4
1.1.3	Ein Mischungsproblem	6
1.2	Die allgemeine lineare Optimierungsaufgabe	9
1.2.1	Techniken zur äquivalenten Umformung	11
1.3	Lösen lassen	15
1.3.1	Das Diätproblem	16
1.3.2	Von Nudeln zu Kartoffeln	18
1.4	Die graphische Methode	20
2	Hüllen und Kombinationen	23
2.1	Affine Unterräume des \mathbb{K}^n	23
2.2	Konvexe Kegel im \mathbb{K}^n	26
2.3	Konvexe Mengen im \mathbb{K}^n	29
2.4	Zusammenfassung	33
3	Dualität	35
3.1	Eine andere Sicht auf das Diätproblem	36
3.2	Farkas' Lemma	37
3.3	Der Dualitätssatz der Linearen Programmierung	44
3.4	Dualisieren von Linearen Programmen	48
3.5	Der Satz vom komplementären Schlupf	49
4	Polyeder	51
4.1	Zweiklassengesellschaft?	51
4.2	Seitenflächen	53
4.3	Facetten	56
4.4	Ecken und Kanten	58
4.5	Zum Beispiel das Permutahedron	60
4.6	Der Seitenflächenverband	65
4.7	Kegel und die „dichte Version“ von Farkas' Lemma	66
4.8	Der Satz von Weyl	70
4.9	Der Polarisierungstrick für Kegel und der Satz von Minkowski	71
4.10	Polarität und verbandstheoretische Dualität	73
4.11	Der Fundamentalsatz der Polyedertheorie	76
4.12	Polarität von Polytopen	81
4.13	Fourier-Motzkin Elimination	83
5	Das Simplexverfahren	87
5.1	Das 1-Skelett eines Polytops	87
5.2	Die geometrische Idee des Simplexalgorithmus	91

5.3	Wiederholung Gauß-Jordan-Algorithmus	99
5.4	Tableaufom des Simplexalgorithmus	101
5.5	Pivotwahl, Entartung, Endlichkeit	103
5.6	Bemerkungen zur Numerik	109
5.7	Die Zweiphasenmethode	109
5.8	Die Big- M -Methode	114
5.9	Der revidierte Simplexalgorithmus	118
5.10	Postoptimierung und Sensitivitätsanalyse	121
5.11	Duale Simplexschritte	122
5.12	Obere Schranken	124
5.13	The Name of the Game	128
6	Zur Komplexität des Simplexalgorithmus	131
6.1	Streng polynomiale Algorithmen und ein fraktionaler Rucksack	131
6.2	Personaleinsatzplanung	134
6.3	Klee-Minty Cubes	141
6.4	Die mittlere Laufzeit des Simplexalgorithmus	148
6.5	Dantzig-Wolfe Dekomposition	155
6.6	Anhang: Die Landau-Symbole	162
7	Die Ellipsoidmethode	165
7.1	Reduktionen bei algorithmischen Problemen	165
7.2	Zur Kodierungslänge der Lösungen von Linearen Programmen	170
7.3	Zulässigkeitstest und Optimierung	175
7.3.1	Ausnutzung der Dualität	175
7.3.2	Binäre Suche	176
7.4	Die geometrische Idee der Ellipsoidmethode	177
7.5	Die Ellipsoidmethode in der Linearen Programmierung	181
7.6	Wie löst man das Problem mit der exakten Arithmetik?	186
7.7	Optimieren und Separieren	187
7.8	Ein mathematischer Sputnik	190
7.9	Anhang: Formeln und Normalformen in der Aussagenlogik	190
8	Innere-Punkt-Methoden	193
8.1	Das Karmarkar-Verfahren	194
8.1.1	Die projektive Transformation des Einheitssimplex	194
8.1.2	Die geometrische Idee des Karmarkar-Verfahrens	196
8.1.3	Zur Korrektheit und Laufzeitanalyse	197
8.1.4	Die Karmarkar-Normalform	204
8.2	Ein pfadverfolgender Algorithmus	205
8.2.1	Geometrische Ideen	205
8.2.2	Einige Vorbereitungen	207
8.2.3	Das schiefssymmetrisch selbstduale Modell	209
8.2.4	Der zentrale Pfad und die optimale Partition	211
8.2.5	Finden der optimalen Partition	217

8.2.6 Finden einer exakten Lösung	219
8.2.7 Ein generisches Innere-Punkt-Verfahren	222
8.3 Ausblick	226
9 Lösungsvorschläge zu den Übungen	227
9.1 Lösungsvorschläge zu Kapitel 1	227
9.2 Lösungsvorschläge zu Kapitel 2	235
9.3 Lösungsvorschläge zu Kapitel 3	238
9.4 Lösungsvorschläge zu Kapitel 4	243
9.5 Lösungsvorschläge zu Kapitel 5	251
9.6 Lösungsvorschläge zu Kapitel 6	265
9.7 Lösungsvorschläge zu Kapitel 7	271
9.8 Lösungsvorschläge zu Kapitel 8	277
Literaturverzeichnis	287
Index	289